

数理科学教育の新たな展開

—文系基礎学・市民的教養としての数理科学—

数理科学教育シンポジウム

報告書

2016 年 3 月

東北大学高度教養教育・学生支援機構

目 次

数理科学教育シンポジウム プログラム	1
趣旨説明	羽田 貴史（東北大学 高度教養教育・学生支援機構 副機構長） 3
開会挨拶	森田 康夫（東北大学 高度教養教育・学生支援機構 総長特命教授） 5
	辻 邦章（文部科学省 高等教育局大学振興課 専門官） 6
報告 1 日本の数理科学教育の現状と課題	7
	長崎 栄三（国立教育政策研究所 名誉所員）
報告 2 大学における統計科学・データサイエンス教育の課題と展望	21
	渡辺美智子（慶應義塾大学 大学院健康マネジメント研究科 教授）
報告 3 教育学教育の課題 -エビデンスを支える教育測定学から-	41
	柴山 直（東北大学 大学院教育学研究科 教授）
報告 4 社会学における数理科学教育の現状と課題	53
	盛山 和夫（関西学院大学 社会学部 教授）
報告 5 経済学と数理科学教育の課題	63
	秋田 次郎（東北大学 大学院経済学研究科 教授・研究科長）
報告 6 大学教育における数理科学教育の現状と課題	75
	宇野 勝博（大阪大学 大学院理学研究科 教授）
質疑・討論	87
閉会挨拶	羽田 貴史（東北大学 高度教養教育・学生支援機構 副機構長） 97
After Twenty Years	浪川 幸彦（相山女学園大学 教育学部 教授） 99
司会を務めて	高橋 哲也（大阪府立大学 高等教育推進機構 副機構長） 101

数理科学教育の新たな展開 -文系基礎学・市民的教養としての 数理科学-

日時: 2015 年 10 月 26 日 (月) 13:00-17:30

場所: アルカディア市ヶ谷 (私学会館) 6 階 伊吹

数理科学は、数学・統計学など独立した学問分野というだけでなく、自然科学に止まらず、あらゆる学問において活用されるとともに、複雑化した現代社会を生きる上で、現代人の教養として不可欠のものです。諸外国においては、初等教育から高等教育まで STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics) が推進されているが、日本においては高学年になるにしたがって数学嫌いが増加しています。日本学術会議数理科学委員会報告「大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準 数理科学分野」を共通の素材とし、数理科学教育の重要性を認識するとともに、大学において数理科学教育を発展させる実践を共有します。

【プログラム】

司会 高橋 哲也 (大阪府立大学 高等教育推進機構 副機構長)
浪川 幸彦 (椋山女学園大学 教育学部 教授)

13:00 - 13:10 開会挨拶

森田 康夫 (東北大学 高度教養教育・学生支援機構総長特命教授/
日本学術会議数理科学委員会 副委員長)
辻 邦章 (文部科学省 高等教育局大学振興課 専門官)

13:10 - 13:40 報告 1 『日本の数理科学教育の現状と課題』

長崎 栄三 (国立教育政策研究所 名誉所員)

13:40 - 14:10 報告 2 『大学における統計科学・データサイエンス教育の課題と展望』

渡辺美智子 (慶應義塾大学 大学院健康マネジメント研究科 教授)

14:10 - 14:40 報告 3 『教育学教育の課題 -エビデンスを支える教育測定学から-』

柴山 直 (東北大学 大学院教育学研究科 教授)

14:40 - 14:50 休憩

14:50 - 15:20 報告 4『**社会学における数理科学教育の現状と課題**』

盛山 和夫 (関西学院大学 大学院社会学研究科 教授)

15:20 - 15:50 報告 5『**経済学と数理科学教育の課題**』

秋田 次郎 (東北大学 大学院経済学研究科 教授)

15:50 - 16:20 報告 6『**大学教育における数理科学教育の現状と課題**』

宇野 勝博 (大阪大学 大学院理学研究科 教授)

16:20 - 16:30 休憩

16:30 - 17:25 質疑・討論

17:25 - 17:30 閉会挨拶

羽田 貴史 (東北大学 高度教養教育・学生支援機構 副機構長)

【主催】東北大学高度教養教育・学生支援機構

【後援】日本学術会議

日本数学会

大学教育学会

日本高等教育学会

数理科学教育シンポジウム趣旨説明

東北大学 高度教養教育・学生支援機構
副機構長 羽田 貴史

科学・学術の進歩と社会の必要に応え、大学教育は、日々進化しなければならない。とりわけ、知識基盤社会と言われ、国民が社会生活を営み、職業人として働き、豊かな人生を送るために身につけなければならない教養・知識の見直しが議論されている。世上では、アクティブ・ラーニングなど教授方法に目が向けられているが、大学で学び・教えるべき知識そのものが、まず重視されなければならない。この点で、私たちが注目しているのは、数理科学の素養である。数理科学は、数学・統計学など独立した学問分野というだけでなく、自然科学に止まらず、あらゆる学問において活用されるとともに、複雑化した現代社会を生きる上で、現代人の教養として不可欠のものである。諸外国においては、初等教育から高等教育まで STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics) が推進されているが、日本においては高学年になるにしたがって数学嫌いが増加している。しかも、この問題にほとんど着目されていない。

さらに大きな問題は、高校教育において、文系・理系という日本独自な区分があり、人文・社会科学に不可欠な数理科学の知識を欠いて大学に入学したり、技術が人間や社会と切り離せないのに、人文・社会科学の素養を欠いたまま入学したりする仕組みになっていることである。学問研究の高度化のもとで、文系・理系の区分そのものが疑わしいのである。日本学術会議数理科学委員会報告「大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準 数理科学分野」は、数理科学教育の重要性を認識するとともに、大学において数理科学教育を発展させる実践を共有することを定めている。

東北大学高度教養教育・学生支援機構は、教育関係共同利用拠点「国際連携を活用した大学教育力開発の支援拠点」（2010～2014 年度）として多様な能力開発プログラムの開発・実践に取り組み、2015 年度から、教育内容の開発も焦点におき、「知識基盤社会を担う専門教育指導力育成拠点—大学教員のキャリア成長を支える日本版 SoTL の開発」を拠点事業として推進している。その 1 つが、市民的教養及び人文・社会科学における基礎学としての数理科学教育の再定義である。そのためのキックオフとして、本シンポジウムを企画した。

目的としては、(1) すべての大学生に提供すべき数理科学教育の意義、内容、位置づけについて議論し、理解すること、(2) 数学科目の編成を超えて、統計学、経済学、社会学、政治学、心理学、疫学などの分野での教育内容（文系専門教育の基礎としての数理科学教育）と方法、消費者教育、初年次教育（スキル）など科目を超えるカテゴリー（市民的教養としての数理科学教育）での教育内容と方法について議論し、課題の整理と方向を明確にすること、(3) 最先端の数理科学教育の実践を共有し、広げる取り組みを議論することであった。(3) については、十分に議論することができなかったが、斯界の第一人者にお集まりいただいただけに、大変密度の濃い、充実した報告と議論を行うことができた。報告者の方々に厚くお礼申し上げますとともに、学界、大学界、教育政策・行政でもこの問題に真摯に取り組むきっかけとなることを期待している。

開会の挨拶

東北大学 高度教養教育・学生支援機構
総長特命教授 森田 康夫

東北大学高度教養教育・学生支援機構の森田です。
お忙しいところお集まり頂き、ありがとうございます。

私は来年3月末で2回目の定年を迎えます。そのため、最後の授業を行っており、月曜日はちょうど授業のある日なので、残念ながら出席できません。

さて、長崎先生のお話と重複するかもしれませんが、私たち数学者は、数学教育についてどう考えているかについて、少しお話をさせて頂きたいと思います。

私たち数学者は、今から10年あまり前から専門基礎教育と教養教育を改善するために努力を行っています。その結果、例えば、司会の高橋先生のいらっしゃる大阪府立大学では、とてもうまく行っていて、非常に良い教育が行われています。でも今行っている教育をあまり変えたくないという数学者が多く、私のいる東北大学では大阪府立大学と同じことを行うのは困難な状態であります。この辺については宇野先生からご説明があるかと思います。

それでも私たち数学者は、理工系の数学教育については、かなり努力をしています。しかし、生命科学系や人文・社会科学系の教育については、私たち自身もあまり良く知らないので、改善が進んでいません。生命科学系については、統計学が重要だと思いますが、それについては今日渡辺先生からお話があるかと思います。人文・社会科学系については、私たち数学者は、どういうことを教えるべきか知りません。これについては、今日柴山先生、盛山先生、秋田先生等からお話があるものと理解しております。皆さまも、これらのお話を聞いて大学に持ち帰って、ご参考にして頂ければ幸いです。

では、よろしくお願い致します。



開会挨拶

文部科学省 高等教育局大学振興課
専門官 辻 邦 章

文部科学省大学振興課で専門官をしています，辻と申します。本日ここに教育関係共同利用拠点，東北大学高度教養教育・学生支援機構主催のシンポジウム『数理科学教育の新たな展開』が開催されますこと，お祝い申し上げます。また，本シンポジウムの開催に当たりまして，ご尽力されました森田先生，羽田先生をはじめまして，東北大学の高度教養教育学生支援機構の皆様には，深く敬意を表します。この教育関係共同利用拠点の制度ですけれども，各大学の有する人的，物的資源の共同利用等の有効活用を推進することによりまして，我が国の大学教育全体として，多様かつ高度な教育を展開していくための制度といたしまして，平成 21 年の 9 月より施行しております。現在 31 大学，52 の拠点が文部科学大臣の認定を受けております。その中でも東北大学高度教養教育・学生支援機構におかれましては，大学の教職員の組織的な研修等を行い，我が国の大学教育の向上をけん引する中心的な役割としまして，大きな期待を寄せられている拠点でございまして，文部科学省，それから社会全体が注目をしているところでございます。現在文部科学省では，初等中等教育段階で身に付けた能力を高等教育におきまして，各専攻分野を通じて培い，伸ばさせていくという理念の下で，高大接続改革に取り組んでおります。本シンポジウムの副題として掲げておられます，「市民的教養としての数理科学」，これはまさにこのコンセプトが具現化されたものであると認識しており，本日，非常に楽しみにしております。しっかりと勉強して持ち帰りたいと思っておりますので，よろしくお願いいたします。最後になりましたけれども，本シンポジウムのご盛会と，取組の更なるご発展，並びに本日ご出席の皆様の益々のご活躍を心より祈念いたしまして，結びの言葉とさせていただきます。ありがとうございました。



報告 1 日本の数理科学教育の現状と課題

国立教育政策研究所
名誉所員 長崎 栄三

浪川幸彦教授 (司会) :

早速それでは講演に入りたいと思います。最初に、国立教育政策研究所の名誉所員ということで、長年国研で活躍していらっしゃいました長崎栄三先生からご講演を頂きたいと思います。よろしくお願いいたします。

長崎栄三名誉所員 :

ただ今ご紹介に預かりました長崎でございます。よろしくお願いいたしますと思います。今日は、「日本の数理科学教育の現状と課題」ということで、七つの大きなまとまりからお話をさせていただきます。

1. 日本の数理科学教育を考えるために

数理科学教育を考えるということですが、私の立場としては初等中等教育に足場を置いて、お話をさせていただきます。ただし最後の方で、若干、大学との関わりについて、お話ししたいと思いますけれども、基本的には小中高校を念頭にお話していきます。

(1)数理科学教育の目的

数理科学教育、または、算数・数学教育は、その目的として大きく三つの軸があります。人間、社会、文化。つまり、数理科学教育を通して、人間を育てていく、社会を発展させていく、文化、この場合では数学ですが、数学を継承、発展させていくということです。人間形成的目的、実目的、文化的目的です。そういう三つの軸を考えながらやっているのが初等中等教育における数理科学教育です。ただし、学校教育の普通教育としての数理科学教育を考える場合には、まず人間形成的目的が問われます。



そして、この三つの軸の上で目指す社会像として、どのような社会を考えて行くのかが問われます。私自身は、持続可能で民主的な社会を目指して、数理科学教育を考えています。

(2)教育研究におけるカリキュラム・モデル

それでは、これから数理科学教育を考察する際のモデルをご紹介します。このモデルは、1990年代ぐらいから国際的に教育研究で使われてきており、「3層のカリキュラム」と言います。まず「意図したカリキュラム」。これは社会とか教育法規、教育政策、そういうような意図した部分を指します。それから「実施したカリキュラム」。これは地域だとか教室、教師。そして「達成したカリキュラム」。これは児童生徒が何を身に付けたのかというものです。

私たちはともすると、子ども達がどうした、または学習指導要領がどうしたと個々の議論をしがちですが、このモデルでは、三つのカリキュラムの関係を意識しながら考えていくということです。

意図した、実施した、達成したそれぞれのカリキュラムの間で、実行と問題、改善という上下の関係が絶えずあり、さらに、社会でいろいろな調査が行われ、また、学会等からの提言が

あります。そういう社会との相互作用も含めて、三つのカリキュラムを相互作用的、循環的に考えて、お話していきたいと思います。

(3)現在の日本の数理科学教育の俯瞰

これから数理科学教育を考えていく前提として、現在の日本の状況を簡単に俯瞰しておきたいと思います。

一つ目は、現在の数理科学教育のカリキュラムの基準、すなわち、現在の日本の意図したカリキュラムです。小中高校で、小学校の算数が6学年、中学校の数学が3学年、高等学校では数学Ⅰ、ここまでは義務・必修で、さらに、数学Ⅱ、数学Ⅲ、数学A、数学B、数学活用とあります。15の教科・科目があります。なお、小学校は四つの内容領域、中学校も四つの内容領域からなっています。そして、現在、小中高校で重視されているのが算数的、数学的活動と言われているものです。数理科学を活動を通して学んでいくんだと。高等学校では数学Ⅰ、数学Aに、課題学習という形で数学的活動が入っています。

なお、日本の教育構造は、国際的には、中央集権的と言われている。国の文科省で決めたことが、地方へと下りていく。それに対して、アメリカやドイツなどは、基本的にそれぞれの州で教育に責任を持つということで、地方分権的と言われている。

二つ目は、数理科学教育の評価の基準です。これも意図したカリキュラムです。評価は、公的には指導要録というもので記録されます。この様式が2001年に劇的に変わっています。それまで相対評価すなわち集団準拠評価だったものが、絶対評価すなわち規準準拠評価へと変わりました。これは何かと申しますと、相対評価の場合ですと、ある集団の平均点を真ん中に $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ を付けていますから、どんなに一生懸命頑張ってもよい成果を上げても、平均点より低かったら、3とか2、1になってしまいま

す。児童生徒の成果をそのまま受け止められないということがありました。また、諸外国は80年代には、絶対評価に移行していたんですが、日本は入学試験の影響で移行が遅れてしまったということです。

評価は具体的には、小中高校で、それぞれ四つの観点を基に行われています。例えば、関心・意欲・態度、数学的な見方や考え方、数学的な技能、知識・理解。なお、評価には、二つの機能があります。どれだけ身に付いたかという習得の証明と、何の教育を受けたかという履修の証明です。国によって重点の置き方が違いますが、最近の流れは新自由主義ということで、厳格に何を身に付けたのかということに動く傾向があると言われています。

三つ目は、数理科学教育の教科書で、これも意図したカリキュラムです。学校教育の教科書というのは、「文部科学省が検定をした教科書を、主たる教材として使用する義務がある」ということで行われています。

数理科学教育の教科書は、小学校算数で6種類、中学校数学で7種類、高校数学で16種類あります。ただし、高等学校は教科書発行社で見ますと、5社であり、それで16種類ですから、1社で1科目に複数種類も出しているということがあるということです。

なお、高等学校の場合、教科書の採択数と生徒数の状況を見ると興味深いです。まず数学Ⅰの教科書の採択部数と生徒数を見ると、生徒数よりも採択部数の方が約10万部多い。これはおそらく皆様の中にも高等学校の時に教科書を2冊買わされて、片方が受験用で片方が何だというのがあったのではないかなと思います。もう一つは、数学Ⅱの教科書が90%採択されています。数学Ⅱというのは微積分の入り口です。微積分を、80%以上の生徒が学んでいるということは、世界的に非常に驚かれています。

四つ目は、学校、教師、児童生徒の数です。

実施したカリキュラム，達成したカリキュラムに相当します。小学校は2万校，中学校は1万校，高等学校は約5,000校あります。教員数は小学校40万人，中高校はそれぞれ20万人ぐらいでしょうか。児童生徒数は，各年代で約100万人います。ちなみに高等学校の数学教員は12.4%ということですから，約2万人ということです。小中高校でそれぞれ10%ぐらいずつ数理科教育の専門の方がいらっしゃるということではよろしいのではないかなと思います。

このような意図した，実施した，達成した，それぞれのカリキュラムの前提を置きながら，現状を見ていきます。

2. 児童生徒の現状：達成したカリキュラム

(1)理数系の学力低下論とは何だったのか

数理科教育における児童生徒の現状ということで，まず一つ目に20世紀末から21世紀初めにありました理数系の学力低下論を振り返っておきます。この背景には，学習指導要領の理数系教科の内容の削減と大学の大衆化という二つの問題がありました。

1998，99年告示の学習指導要領の時に，算数・数学の内容が大幅に削減されるということで大きな話題になりました。当時，突然中教審で，微積分は何のためにやっているんだという発言があったというので，大きな騒動になりました。先ほどもご紹介しましたように，90%近くの人が，微積分を一応履修しているということで，何のためという議論が出てきてしまい，理数系の不要論，軽視論が出てきました。さらに，円周率は3になったと世間的に大騒ぎになりました。けれども，円周率は3と書いたものは改訂作業ではありませんでした。何らかの意図でこのようなことが流されたのでしょうか。

大学の大衆化も学力低下論の大きな要因でした。この時期に，大学の進学率は4割，5割に達します。大学が，今までの指導の仕方では

通用しないということで，出てきたのではないかなと思います。

その後，十数年経って，前者の学習指導要領については，理数系学会等の運動で，ほとんど以前の方に戻ってきています。それから大学の方は，FD活動などで指導方法を色々考えています。学力問題については，社会は一応平穏になっているのではないのでしょうか。

(2)児童生徒の数理科の学力は国際的に高い

それでは，実際はどうなのでしょう。意外に思われるかも知れませんが，国際的に見ると日本の小中高生の学力は，相当高いレベルにあります。数学教育の国際調査は，1960年に第1回が行われ，第2回，第3回，その後，TIMSS，PISAと行われていますが，その結果を見ると，いずれも学力は相当高いレベルにあります。なお，1964年の第1回では高等学校は12ヶ国中6番だったのですが，81年で15ヶ国中2番に急激に上がります。これは何も学力が付いたからではなくて，調査時期が64年は夏休み前だったのが，81年は12月にしたら上がった。つまり，それだけの半年間で，高校3年生は物凄く勉強しているんですね。

1980年代はそういう意味で，中高とも世界のトップレベルで，日本の数学教育が注目されました。世界各国から日本の教育を見に来て，あちこちに広げていくというような時代でした。ところが，2000年以降下がったと言われます。最近のPISA2012では65ヶ国中7番。1番でなければいけないという人はちょっと困るんですが，日本より上位の参加国・地域は，上海，シンガポール，香港，台湾，韓国，マカオです。これらの国は，人口をみると，2,000万とか500万とかで，1億を越えている中では日本が一番上なんですね。G8の他の国は下の方にあります。小中高の先生方は非常に頑張っていると思います。

なお，PISAの数学的リテラシーは，数学の

内容から言いますと、大体日本の中学校 1, 2 年位の内容です。実は PISA が始まる時に日本でこの内容のことが問題になったんですね。義務教育終了時にこれでよいのかと。ただ、世界的には、日本の中学校 1, 2 年辺りまでを義務教育できっちり身に付けていれば、一般的には、それで社会に通用すると考えられています。

(3)成人の数理科学の学力も高い？

小中高生だけではなく、成人の数理科学の学力も、国際比較の結果を見るとすごいです。2011 年に行われた OECD の国際成人力調査の結果を見ると、日本は、おおむねどの年代でもトップです。さらに興味深いのは、ゆとり世代が学力が低かったなんて言われますが、55 歳から 64 歳よりも学力は上です。こんなことも私たちは冷静に見ていきたいですね。

(4)生徒は数理科学を学ぶ意義が見えない

このように見てくると良いことばかりのようですが、これからは PISA の結果から見られる課題を考えていきます。一つ目が、数学を学ぶ意義についてです。これは PISA では数学における道具的動機付けという各項目への肯定的に答えた人たちの割合です。例えば、「将来つきたい仕事に役立ちそうだから、数学は頑張る価値がある」。報告書に挙げられているのは 17 ケ国ですが一番下です。唯一、「仕事につく時に役立てたい」が 16 番目で、あとはすべて 17 番目です。韓国も日本と同じようです。PISA は日本では高等学校 1 年生の 7 月ぐらいに調査をしていますが、その生徒達を見る限り、何のために数学を学ぶのか、それも数学の実用性については、非常に低いレベルにあります。

(5)生徒は数理科学を学ぶ意欲が低い

二つ目の課題は、学ぶ意欲とか興味・関心です。「数学についての本を読むのが好きである」、「数学で学ぶ内容に興味がある」などという項目です。この指標もやはり、17 ケ国中 16 番目です。意外なのは、オランダやフィンランドも

低くなっています。日本の生徒の意欲の低さは、これまでの調査でもたびたび言われていることですが、きちんと直視する必要があります。

(6)生徒は数理科学を学ぶ自信がありません

三つ目の課題は、自己効力感です。数学の問題を解くのにどれだけ自信を持っているのかということです。項目別に見ると、列車の時刻表を読むとか、テレビが 30%引きで値段はいくらだとか、床にタイルを張るけれども何枚張れるとか、新聞のグラフを読めるかとか、実生活と結びついた数学の問題は 17 ケ国中で下の方です。ところが、一次方程式を解くという純粋な計算問題だけは高い肯定率になっています。つまり、数学の問題でも、計算問題は自信を持っているけれども、実生活と結びついた問題は自信を持っていない。このようなことも、私たちはこれから考えていかないといけないのではないのでしょうか。

(7)生徒の数理科学の学力には格差がある

四つ目の課題は、数理科学の学力の性差です。高等学校では、日本を含め多くの国で性差が出てきています。男子の方が女子よりも高い。ただフィンランド、シンガポール、アメリカ、台湾、上海は性差はないです。なお、以前は日本は中学校も性差があったんですけども、現在の TIMSS を見ている限りでは、小中学校では数理科学の学力の性差がなくなってきました。公平、平等という観点から、高等学校の今後の教育は重要な課題を抱えています。

数理科学の学力の格差については、PISA の結果からは、学力全体として広がりがあるということも注目したいと思います。「直接的な推論を行うだけの文脈において場面を解釈し、認識できる」という生徒が約四分の一に達するとされています。同じような学力の広がった状況は、国内の全国学力・学習状況調査の中学校 3 年の結果からも出ています。もう一つの格差は、経済状況による学力の格差です。これは日本だ

けではありませんが、経済状況によって教育全体で格差があるということは、社会が真剣に取り組む大きな課題だと思います。

3. 教師・教室の現状：実施したカリキュラム

それでは、次に、教師や教室の状況、つまり、実施したカリキュラムを考えてみましょう。

(1) 小学校教師の評価は国際的には高い

一つ目は、ここにいらっしゃる方にはちょっと意外かもしれないんですが、日本の小学校の教師は、国際的には、数理科学教育について評価が高いものになっています。これには理由が二つ考えられます。一つは、少なくとも高等学校1年までは数学を履修しているということです。ほとんどの先進国は、中学校段階で数学は終わって、その後は選択になります。ですから、嫌でも数学を学んでいるということを何とかしたいですね。もう一つは、現職教育としての「授業研究」というものが、小学校では盛んです。日本では、どこに行っても小学校の先生は授業研究というものをやりながら、自分のスキルアップを図っています。

授業研究は、現職教育の方法でもあります。また現場に根差した教育研究法でもあります。日本から発信しているものです。数学教育の研究者も加わった授業を主体とした教育研究法として、日本独自のいろいろな指導方法が開発されてきています。「多様な考えを生かす」、「オープンエンドアプローチ」、「発展的な問題づくり」、「社会とのつながり」など。特に、オープンエンドアプローチは、児童生徒の創造性を伸ばし多様性に応じるために、数学の問題の解が多様になる問題場면을授業で作ろうということで1970年代ぐらいから行われてきた研究です。この成果をまとめた本は、英文に訳されてアメリカで出版されています。

(2) 高校の数学の指導の状況

ところが、高等学校の数学の指導の状況はど

うでしょうか。2013年に高等学校を対象に「論理的な思考」の調査が行われました。その中で、数学の先生にも指導方法について、「あなたはどのような指導をしていますか」と尋ねました。

「例題を丁寧に説明する」を初めに、「考えさせる」、「解かせる」、「説明する」が多いのです。つまり、高等学校の数学の授業では、生徒は1人で考えて、先生が説明をしていると。「話し合わせる」や、最近よく言われている協働的のようなものに相当する指導は、3割ぐらいの先生しか行っていないようでした。

(3) 指導への試験の圧力

それから、もう一つは試験の指導への圧力ということで、学力調査と入学試験があります。特に、高等学校教育の目標が、入学試験問題を解ける能力を身に付けることだけになってしまおうという、テスト主義の弊害があります。そういうものをどうやって考えていくのかということを、真剣に考えていく必要があるのではないかなと思います。

(4) 試験の圧力：歴史から

なお、入学試験については、1世紀前近くから、日本の数学教育の中で問題であるということが言われてきています。多分ご存知の方が多いと思いますが、1924年に公刊されました小倉金之助の『数学教育の根本問題』という非常に有名な本があります。その中ですでに、「何故に生徒は数学で苦しめられるのか、何故に学校を出れば忘れてしまふのか、何故に数学は殆んど生活と没交渉なのか、何故に学校では能率の上まらない数学を教へるのか」ということが書かれています。ここからどのように脱却していけるのかということです。

4. 教科書の現状：意図したカリキュラム

数理科学の教科書の現状を見てみましょう。これは意図したカリキュラムの状況です。

初等中等学校の数理科学の教科書の国際比

較から、日本の状況を浮き上がらせてみましょう。12ヶ国の比較です。まず、教科書一般のシステムに大きな違いがありました。例えば、教科書の検定は欧米ではほとんどありませんし、採択権限は欧米では学校や先生にあり、そして、使用義務は欧米にはありません。

数理科学の教科書について、いろいろな違いがありました。日本の教科書は、数理科学と実生活や職業との関わりとか、ICTに関するものが、諸外国に比べて非常に少ないんです。他の国際比較から分かっていることですが、日本の先生たちは、教科書に依存する割合が非常に高いです。教育を変えるには、教科書も変えていく必要があります。

5. 社会からの要請

3層のカリキュラムと相互作用的に働く、社会からの要請ということで、皆様よくご存知のことを三つほど挙げていきます。

(1) 数学的リテラシー

一つ目は、「すべての成人」が持って欲しい数学的リテラシー。これは浪川先生を初め数学者、数学教育者の方が、「科学技術の智」プロジェクトの一環として、ご提案されたものです。数学的リテラシーを、「数学の世界 A：数学の対象と主要概念」と「数学の世界 B：数学の方法」から構成されています。

(2) 「数学」から「数理科学」へ

二つ目は、大学学部の数理科学分野の参照基準。日本学術会議において、森田先生を初め数学者、数学教育者、教育学者等が関わって作成されたものです。数学と実世界の関係を見直して、「数学」に加えて「統計学」、「応用数理」も含めて「数理科学」としようというものです。なお、ここでは、大学学部の数理科学教育において育成可能なものとして、数理科学分野に固有な能力とともに、他分野により転移する批判的な思考や抽象的な思考などのジェネリック

スキルも提案されています。

(3) コンピテンシー・スキルの育成を

三つ目は、コンピテンシーやスキルの育成。このような能力面の重視は、1960年代に社会の変化が急激になってユネスコが生涯教育論を提唱した頃に遡ります。21世紀に入ると欧米の経済界を中心に、新たに、批判的思考、論理的思考、コミュニケーション能力、協働的学習能力、ICT活用能力などが叫ばれています。教育を通して、教科の内容だけではなく、教科の方法も身に付けて、さらには他分野に転移可能な方法、能力をとということです。

6. 数理科学教育史の教訓

これからのことを考える上で、これまでの数理科学教育の歴史を教訓ということで簡単に振り返っておきます。

(1) 国際的な動きを振り返ってみると

国際的に見ると、20世紀後半から、初等中等教育の数理科学教育の教育内容として、数学的な内容とともに数学的な方法を入れようという動きがありました。数学的モデル化、問題解決、コミュニケーションなどです。

それらが、1989年のイギリスのナショナル・カリキュラムの「数学を利用し応用すること」、2000年のアメリカのスタンダード2000の内容基準とプロセス基準となり、そして、2000年のPISAの数学的リテラシーとなりました。

(2) 国内の動きを振り返ってみると

日本を振り返ってみると、数理科学のカリキュラムで内容に方法も加えるという動きは過去に3回ありました。1回目は、1940年代の「数学一類」、「数学二類」です。この時に、中等教育に初めて微積分や確率・統計が入ったんですが、数学の趣旨として「既成の数学の注入を排し、事象に即して数理を発見し」、「事象を数学化し」とされていました。2回目は、1950年代に単元学習によって、実社会での問題解決

能力が提唱されました。そして、3 回目は、1950 年代後半に、高等学校の数学で、数学的な考え方を目標とした方法論的内容として「中心概念」が提唱されました。ただし、これらの3 回とも、いずれも次の改訂で消滅しました。消滅の大きな理由は、当時の指導的な数学者の方からのご批判でした。数学の体系がなくなるというものでした。

そして、2008 年から小中学校では、算数的活動、数学的活動が内容領域となり、高校でも重視されるようになりました。数学の内容や体系という考え方と数学の方法やコンピテンシーやスキルをどうやって両立させていくのかは、今日的な問題でもあります。

7. 今後の課題

これまでのことを踏まえまして、今後の数理科学教育の課題を九つ挙げます。

(1)誰のための数理科学教育か

一つ目は、誰のための数理科学教育なのか。数理科学教育は、すべての人々のためであり、多様な人々がその意義を分かり、意欲的に、そして自信を持って学んで欲しいと思っています。特に高等学校については、必修の数理科学以降の生徒の旅立ちを見据えて考えたいと思います。理数系大学に進学する生徒、非理数系大学に進学する生徒、専門学校に進んだり就職したりする生徒、それぞれに有用な数学の姿を経験して欲しい、数理科学教育の目的が「後で分かる」ということではないでしょう。

その際に、数理科学を、数理科学の規則性を考える、証明で体系化する、数理科学を使う、という多様な面から考えたいと思います。

(2)数理科学教育と現実世界をつなげる

二つ目は、数理科学教育を現実世界とつなげていくということです。数理科学教育の意義は、民主的な社会からの要請にあり、誰もが社会において数理的な判断を求められ、その背後では

数理科学的思考が必要になります。

なお、「数理科学と現実世界」というような内容領域を、小中高校の数理科学の学習指導要領に新設することがあってもよいのではないかと考えています。

(3)数理科学教育で育成できる力を明確に

三つ目は、数理科学教育でどんな能力、方法を身に付けて行くのかということをきちんとしていくこと。数理科学の方法を身に付けて、「力」としていくということを構造化し育成していくことになります。そして、それを社会の場面で発揮できるようにする必要があります。それが、ジェネリックスキルともつながってきます。

そして、そのような力を育成するためには、内容と方法が一体化した中での数理科学的活動というものを考えていく必要があります。

(4)数理科学教育の内容の検討

四つ目は、数理科学教育の内容をもう一度検討していくこと。次のような原則で考えます。a.すべての児童生徒が取り組む（必修部分）、b.現実世界との関係、c.小中高校の数理科学の系統性、d.社会で使えるコンピテンシー。

現在ある内容の再検討の候補としては、図形（小～）、関数（小～）、統計（小～）、確率（小～）、ICT（小～）、近似値・単位の扱い（小～）。

現在ない内容の検討の候補としては、中学校では三角比、高校では内容の中に隠れているんですが、行列だとか離散数学でしょうか。

(5)数理科学の教科書のあり方

五つ目は、教科書を検討していく必要があるということです。特に高等学校の教科書です。例えば、次のような観点が考えられます。数理科学のあり方・目標・内容の考え方を反映させること。具体的には、数理科学と現実世界のつながりに配慮する、他教科の内容を取り入れる、数理科学の方法に配慮するなどです。

このほかの観点としては、数理科学を学ぶ意

義について記述する，対話を積極的に行えるようにする，ICTの積極的な利用を図る，生徒の多様性に配慮する，などが考えられます。

(6)児童生徒が主体となる数理科学の指導・学習を

六つ目は，指導，学習を考えようというものです。第1に，児童生徒が主体的に自分の考えを示すことができるようにしたい。それは，唯一の「正しい」考えを教え込むのではなく，児童生徒の素朴な考えを大事にして指導で活かすというものです。第2に，児童生徒が協働的に話し合って考えるようにしたい。そこでは，対話という「相互作用」で互いに変わるという考えを大事にし，しかも，「すべての」児童生徒が話すようにします。第3に，総合的な話題を工夫したい。それは，現実世界との関係があり，長い転移が可能になるものであり，例えば，プロジェクト学習，グループ学習，ICT活用などによるでしょう。そして，第4に，評価は，児童生徒の学びを見取る評価でありたい。

(7)高校と大学学部で必要な数理科学の接続へ

七つ目は，高校と大学学部で必要な数理科学の接続です。入学試験が行われているところは学力について文句が出ないんですが，入学試験が行われなくなったところでは相変わらず大学生は学力が低いというのが出てきていると。やはり，高大ともに意識の改革が必要であり，数理科学の接続を考える必要があります。高校は，先程も述べましたが，多様な高校生の要求に応える必要があります。そして，大学も，特に数理科学の大学入試はないが学部の授業では数理科学が必要になる経済学部などは，多様な学生に応える必要があると思います。

(8)数理科学教育の目的に沿った教員養成を

八つ目は，中等教育，特に高等学校の先生のための教員養成をどう考えるのか。これはほとんど理学部で行われています。その教育をどういうふうに構成していくのかをきちんと考え

る必要があると思っています。先に述べました中等教育の数理科学教育の目的，人間形成的，実用的，文化的という三つの目的。大学受験だけのための中等教育になっていないでしょうか。そして，中等教育の数理科学教育に沿った指導内容や指導方法。例えば，指導内容については，生成的に考えたり，実世界の応用を考え，指導方法については，生徒との対話など。また，授業研究など現職教育の重要性にも触れたいですね。

(9)数理科学・数理科学教育についての社会への働きかけ

九つ目，最後になりましたけれども，社会への働きかけです。世間には，こんな神話があるんじゃないでしょうかということで三つほど考えました。第1に，数理科学は社会的有用性がない（なくてよい）。第2に，数理科学の能力には性差がある。第3に，数理科学教育の目的は入試のためだけにある。そこで，数理科学・数理科学教育に関わる人々は多様な形で社会に働きかけたいですね。

数理科学を学ぶということが，これからの社会で生きていくための基礎となる知識や技能や考えたり話し合ったりする力や関心・意欲・態度を身に付けていくんだということで，ぜひみんなでもって考えていけたらと思います。

浪川幸彦教授 (司会) :

どうもありがとうございます。最初から，厳しい問題提起がございました。

日本の数理科学教育の現状と課題

1. 日本の数理科学教育を考えるために
2. 児童生徒の現状:達成したカリキュラム
3. 教師・教室の現状:実施したカリキュラム
4. 教科書の現状:意図したカリキュラム
5. 社会からの要請
6. 数理科学教育史の教訓
7. 今後の課題

長崎栄三

国立教育政策研究所名誉所員、元静岡大学教職大学院

1

1. 日本の数理科学教育を考えるために

(1)数理科学教育の目的

初等・中等教育における数理科学教育(算数・数学教育)

- ・意図的な活動としての教育
- ・数理科学教育は文化としての数理科学を通して、
児童・生徒の発達を促す、社会や文化の発展に寄与する

数理科学教育の目的

- ・人間形成的目的(または陶冶的目的):人間を育てる
- ・実目的:社会を発展させる
- ・文化的目的:文化を継承・発展させる
⇒数理科学教育の目標、内容、方法、評価

目指す社会像:持続可能で民主的な社会

長崎栄三(2010)「目的・目標論」『数学教育学研究ハンドブック』東洋館出版社. pp.24-29.

長崎栄三(2007)「算数教育の目的はどう考えるか」「算数教育の目標はどう考えるか」
『何のための算数教育か』東洋館出版社. pp.12-47.

2

1. 日本の数理科学教育を考えるために

(2)教育研究におけるカリキュラム・モデル

3層のカリキュラム

意図したカリキュラム:全体としての社会(制度)

社会的相互作用
・国際学力調査
・全国学力調査
・実施状況調査
・社会・学会からの要請・提言など

実施したカリキュラム:地域社会(教室)

教師の態度や背景、実際の指導、
教室の経営、教室の資源など

達成したカリキュラム:個人的な背景(児童生徒)

児童生徒が獲得した概念・手法・態度、
保護者の期待、家庭の状況など

国立教育研究所編(1998)『小・中学生の算数・数学、理科の成績』東洋館出版社.

3

(3)現在の日本の数理科学教育の俯瞰

①数理科学教育のカリキュラムの基準

意図したカリキュラム:学習指導要領(現行:2008、2009年改訂)

教科・科目	時間・単位	内容
算数1年	4・必修	数と計算、量と測定、図形、数量関係、[算数的活動]
算数2年	5・必修	数と計算、量と測定、図形、数量関係、[算数的活動]
算数3年	5・必修	数と計算、量と測定、図形、数量関係、[算数的活動]
算数4年	5・必修	数と計算、量と測定、図形、数量関係、[算数的活動]
算数5年	5・必修	数と計算、量と測定、図形、数量関係、[算数的活動]
算数6年	5・必修	数と計算、量と測定、図形、数量関係、[算数的活動]
数学1年	4・必修	数と式、図形、関数、資料の活用、[数学的活動]
数学2年	3・必修	数と式、図形、関数、資料の活用、[数学的活動]
数学3年	4・必修	数と式、図形、関数、資料の活用、[数学的活動]
数学I	3・必修	数と式、図形と計量、二次関数、データの分析、[課題学習]
数学II	4	いろいろな式、図形と方程式、指数関数・対数関数、三角関数、微分・積分の考え
数学III	5	平面上の曲線と複素数平面、極限、微分法、積分法
数学A	2	場合の数と確率、整数の性質、図形の性質、[課題学習]
数学B	2	確率分布と統計的な推測、数列、ベクトル
数学活用	2	数学と人間の活動、社会生活における数理的な考察

小学校算数の目標
「算数的活動を通して、数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、数理解決能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付く、進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。」

4

②数理科学教育の評価の基準

意図したカリキュラム:2001年の評価の改革

指導要録:指導の改善と成績の証明

集団準拠評価(相対評価)から標準準拠評価(絶対評価)に転換

児童生徒の成果をそのまま受け止めたい。

諸外国は1980年代に転換、日本は入学試験の影響で遅れた。

実際の評価では、指導内容ごとに評価の観点に沿った規準を作成

指導要録:評価の観点

年	小学校	中学校	高等学校
2002年	算数への関心・意欲・態度 数学的な考え方 数量・図形についての表現・処理 数量・図形についての知識・理解	数学への関心・意欲・態度 数学的な見方や考え方 数学的な表現・処理 数量・図形についての知識・理解	関心・意欲・態度 数学的な見方や考え方 表現・処理 知識・理解
2010年	算数への関心・意欲・態度 数学的な考え方 数量や図形についての技能 数量や図形についての知識・理解	数学への関心・意欲・態度 数学的な見方や考え方 数学的な技能 数量や図形などについての知識・理解	関心・意欲・態度 数学的な見方や考え方 数学的な技能 知識・理解

成績の証明:習得の証明か履修の証明か一新自由主義:厳格な習得の証明

5

③数理科学教育の検定教科書

日本では、学校教育においては、文部科学省が検定をした教科書を、主たる教材として使用する義務がある。

意図したカリキュラム:教科書(2015年度)

教科・科目	発行者	教科書種類数	採択部数	生徒数	割合
小学校算数	6社	6種類			
中学校数学	7社	7種類			
高校・数学I	5社	16種類	1,265,028	1,125,856	112%
高校・数学II	5社	16種類	993,839	1,109,975	90%
高校・数学III	5社	14種類	267,142	1,075,092	25%
高校・数学A	5社	16種類	1,071,864	1,125,856	95%
高校・数学B	5社	16種類	634,306	1,109,975	57%
高校・数学探究	2社	2種類	27,118	1,075,092	3%

高校数学が必修で、数IIで微積分を80%以上が履修しているのは世界的に珍しい。しかも、数Iの教科書を2冊持っている生徒もいるようである。

文部科学省(2015)『小学校教科書目録』『中学校教科書目録』『高等学校教科書目録』時事通信社『内外教育』2015年1月30日, pp.10-11.

6

④学校、教師、児童生徒

実施したカリキュラム・達成したカリキュラム:

学校、教師、児童生徒(2015年度)

区分	学校数	教員数	児童生徒数
小学校	20,601	417,151	6,543,114
中学校	10,484	253,705	3,465,245
高等学校	4,939	234,965	3,319,122
中等教育学校	52	2,509	32,317
特別支援学校	1,114	80,896	137,895
合計	37,190	989,226	13,497,693

* 高等学校数学科教員:高等学校教員数の12.4%

文部科学省(2015)『学校基本調査 平成27年度(速報)』
文部科学省(2015)『学校教員統計調査 平成25年度』

7

2. 児童生徒の現状:達成したカリキュラム (1)理数系の学力低下論とは何だったのか

20世紀末から21世紀初め:理数系の学力低下論

・平成10・11年告示の学習指導要領:算数・数学の内容の削減
理数系の教科の不要論:「何のための微積分?」

(高校生の80%以上が微積分を履修)

「円周率は3」の騒ぎ(円周率は3.14、目的に応じて3)

・大学の大衆化:大学生の数学の基礎技能の剥落への不安

⇒前者:理数系学会等の運動

平成20年・21年告示の学習指導要領の改訂

後者:大学教育でのFD活動、大学生への補習教育

⇒社会:一応の平穩(大学は収まっていけない?)

その後の2つの国際数学学力調査:学力低下の不安をさらに解消

8

(2)児童生徒の数理科学の学力は国際的に高い 国際的に見た日本の児童生徒の数理科学の学力

実施年	国際調査の名称	国際順位(日本/全参加国)
1964年	第1回国際数学教育調査	中2: 2/12 高3理数系: 6/12
1981年	第2回国際数学教育調査	中2: 1/20 高3理数系: 2/15
1995年	第3回国際数学・理科教育調査	小4: 2/26 中2: 3/41
1999年	国際数学・理科教育動向調査1999年調査(TIMSS1999)	中2: 5/38
2000年	生徒の学習到達度調査2000年調査(PISA2000)	高1: 1/31
2003年	TIMSS2003	小4: 3/25 中2: 5/46
2003年	PISA2003	高1: 6/40
2006年	PISA2006	高1: 10/57
2007年	TIMSS2007	小4: 4/36 中2: 5/49
2009年	PISA2009	高1: 9/65
2011年	TIMSS2011	小4: 5/50 中2: 5/42
2012年	PISA2012	高1: 7/65

9

・PISA2012の7番目(65か国中)とは。
主要8か国(G8)の中では一番高い。

順位	PISA2012・国名	平均得点	人口(万人)
1	上海	613	2425万
2	シンガポール	573	541万
3	香港	561	723万
4	台湾	560	2344万
5	韓国	554	5143万
6	マカオ	538	53万
7	日本	536	1億2714万
8	リヒテンシュタイン	535	3万
9	スイス	531	787万
10	オランダ	523	1649万

・国立教育政策研究所編(2013)『TIMSS2011算数・数学教育の国際比較—国際数学・理科教育動向調査の2011年調査報告書—』明石書店。
・国立教育政策研究所編(2013)『生きるための知識と技能⑤ OECD生徒の学習到達度調査(PISA) 2012年調査国際結果報告書』明石書店。

PISAの数学的リテラシーの内容は、最も高いレベルで、日本の中学校2年ぐらい。文字が少し入るが、図形の論証はほとんど入らず、図形は計量的なものである。つまり、義務教育・必修レベルの数学としては、日本の数学は欧米と比べて高いレベルにある。

10

(3)成人の数理科学の学力も高い?

OECD国際成人力調査(PIAAC:2011年度)の数的思考力

国名(23か国)	平均	16~24歳	25~34歳	35~44歳	45~54歳	55~65歳
日本	288	283.2	297.3	296.6	291.5	273.2
フィンランド	282	284.8	302.5	292.0	279.3	260.0
オランダ	280	285.4	293.0	287.4	277.1	262.0
ベルギー(フランドル)	280	282.8	295.0	289.3	280.3	259.9
スウェーデン	279	278.2	287.8	286.1	276.3	268.3
デンマーク	278	273.1	286.7	290.0	276.8	265.3
ノルウェー	278	270.9	284.9	289.0	280.3	264.7
オーストリア	275	279.3	282.1	281.4	274.5	267.5
ドイツ	272	275.1	282.0	278.6	268.2	256.4
OECD平均	269	271.3	279.4	275.4	265.5	252.7
オーストラリア	268	270.1	275.1	275.8	264.7	260.4
カナダ	265	268.3	276.5	271.9	260.7	251.4
韓国	263	280.9	280.7	270.6	251.1	231.8
イギリス(EN,NI)	262	266.5	266.7	268.7	258.9	256.6
アイルランド	256	267.9	265.5	260.5	249.6	238.3
フランス	254	263.4	269.4	262.1	246.0	234.1
アメリカ	253	249.4	259.8	257.7	249.8	247.2

国立教育政策研究所編(2013)『成人スキルの国際比較 OECD国際成人力調査(PIAAC)報告書』明石書店。(日本は11,000人を無作為抽出し、5,173人が回答)

11

(4)生徒は数理科学を学ぶ意義が見えない

・数学を学ぶ意義についての意識

数学の社会的有用性、数学を学ぶことと将来の職業との関係

PISA2012 国名	「数学における道具的価値付け」指標	将来つきたい仕事に役立ちそうだから、数学はがんばる価値がある	将来の仕事の可能性を広げてくれるから、数学は学びたい	自分にとって重要な科目なのは、これから勉強したいことだから	これから数学でたくさんのお金を稼いで、仕事につくときに役立つ
シンガポール	0.40	90.4	88.2	87.4	85.5
イギリス	0.32	88.0	90.8	78.0	81.1
ニュージーランド	0.28	86.2	88.5	76.5	83.0
カナダ	0.25	82.2	85.7	73.4	79.0
オーストラリア	0.24	84.3	86.1	73.8	80.0
アメリカ	0.14	80.6	80.2	70.0	80.2
アイルランド	0.13	79.9	88.3	66.2	75.6
上海	0.01	78.2	72.7	79.0	66.3
フィンランド	-0.01	78.2	85.4	70.3	73.8
OECD平均	-0.03	74.3	77.3	65.3	70.2
ドイツ	-0.13	66.4	76.0	61.9	67.2
フランス	-0.16	71.6	72.9	63.3	61.0
イタリア	-0.19	68.6	71.9	64.7	65.5
香港	-0.23	69.2	71.7	66.3	58.6
台湾	-0.33	65.3	62.1	64.4	57.9
オランダ	-0.36	57.8	71.3	61.3	62.2
韓国	-0.39	59.3	68.1	61.4	50.2
日本	-0.50	56.5	61.6	47.9	53.5

12

(5) 生徒は数理科学を学ぶ意欲が低い

・数学を学ぶ意欲: 数学を学ぶ内容への興味

PISA2012 国名	「数学における 興味・関心や楽し み」指標	数学について の本を読むの が好きである	数学の授業が 楽しみである	数学を勉強して いるのは楽しい からである	数学で学ぶ内容 に興味がある
シンガポール	0.84	68.1	76.8	72.2	77.1
上海	0.48	50.1	54.4	49.3	60.6
香港	0.80	44.4	49.8	54.9	62.4
イギリス	0.19	34.0	50.9	40.8	56.5
オーストラリア	0.11	34.7	45.3	39.0	53.7
ニュージーランド	0.11	38.3	46.1	38.2	55.4
アメリカ	0.08	38.8	45.4	36.6	49.9
台湾	0.07	40.4	37.8	40.3	41.7
アイルランド	0.06	38.3	40.2	37.0	49.6
カナダ	0.05	34.7	39.7	36.6	53.9
イタリア	0.01	31.4	29.0	45.8	57.4
OECD平均	-0.01	30.0	35.5	38.2	52.9
フランス	-0.02	31.8	23.8	41.5	65.2
ドイツ	-0.11	18.0	26.9	39.0	51.6
韓国	-0.20	27.2	21.8	30.7	47.2
フィンランド	-0.22	21.0	24.8	28.8	44.3
日本	-0.23	16.9	33.7	30.8	37.8
オランダ	-0.33	12.1	19.8	32.4	44.6

13

(6) 生徒は数理科学を学ぶ自信がありません

・数学の自己効力感: 数学の問題を解く自信

PISA2012 国名	自己効 力感の 指標	列車の 時刻表 引き	テレビ が30% 引き	床にタ イルを 張る	新聞の グラフ	$3x+5=$ 17	縮尺1万 分の1の 地図	$2(x+3)=($ $x+3)(x-3)$	ガソリン の燃費
上海	0.94	90.8	95.2	91.8	90.3	96.9	92.8	95.1	80.0
シンガポール	0.47	79.6	94.4	79.8	77.9	93.3	81.2	86.9	73.4
ドイツ	0.33	92.1	83.9	79.2	89.0	89.4	59.6	73.4	64.4
香港	0.22	80.3	92.9	78.7	82.0	92.9	65.3	81.2	51.3
台湾	0.18	77.8	89.6	73.1	76.1	84.9	69.6	75.7	47.0
アメリカ	0.13	79.5	76.1	73.4	84.1	94.2	55.3	83.9	68.8
カナダ	0.11	80.6	78.6	76.9	83.8	89.7	57.8	79.2	57.4
オーストラリア	0.06	86.6	76.2	72.9	85.2	87.2	56.0	73.1	64.0
イギリス	0.03	87.3	84.2	68.7	84.3	86.8	48.9	70.2	60.7
アイルランド	0.01	85.9	83.2	69.2	87.9	90.2	48.7	72.6	63.0
フランス	-0.01	79.5	76.4	65.3	85.7	82.6	49.7	65.1	68.9
OECD平均	-0.01	81.2	79.6	68.0	79.1	84.8	56.4	72.0	56.3
イタリア	-0.10	81.2	83.4	68.1	78.7	87.0	50.7	84.0	48.7
ニュージーランド	-0.15	79.7	76.9	67.1	82.3	79.6	48.6	63.0	47.6
オランダ	-0.17	72.4	86.5	70.0	82.6	77.4	59.7	60.8	59.4
フィンランド	-0.27	88.8	72.3	68.0	69.4	88.7	64.2	61.9	46.4
韓国	-0.36	63.7	67.6	65.4	71.8	81.5	38.2	73.9	31.0
日本	-0.41	67.6	60.6	43.7	64.0	90.6	48.1	83.4	28.3

14

(7) 生徒の数理科学の学力には格差がある

性差による格差: 数理科学

PISA2012・国名	男子: 平均得点	女子: 平均得点	男女差: 得点差
フィンランド	517	520	-3
シンガポール	572	575	-3
アメリカ	484	479	5
台湾	563	557	6
上海	616	610	6
フランス	499	491	*9
カナダ	523	513	*10
オランダ	528	518	*10
OECD平均	499	489	*11
イギリス	500	488	*12
オーストラリア	510	498	*12
ドイツ	520	507	*14
ニュージーランド	507	492	*15
アイルランド	509	494	*15
香港	568	553	*15
イタリア	494	476	*18
日本	545	527	*18
韓国	562	544	*18

・小中学校の算
数・数学の得点で
は男女差はない。
(TIMSS2011)
・数理科学本来の
探究的な学び
「直接的な推論を
行うだけの文脈に
おいて場面を解釈
し、認識できる」と
いうレベル2以下の
生徒の割合が
約4分の1
(PISA2012)
⇒ 国内調査でも
得点分布から同様
の傾向
・その他の格差経
済状況により格
差: 教育全体

15

3. 教師・教室の現状: 実施したカリキュラム

(1) 小学校教師の評価は国際的には高い

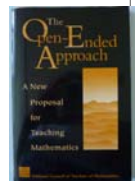
小学校教師の国際的な評価の高さ

- ・高校までの必修の数学
- ・現職教育としての授業研究(Lesson Study)

授業研究を中心として開発されてきた指導法:

児童生徒の多様性を活かす指導(小中が中心)

- ・多様な考えを生かす
- ・オープンエンドアプローチ
- ・発展的な問題づくり
- ・社会とのつながり



長崎栄三(2013)『数学教育の理論・実践を創出するための探究志向のアプローチ』
日本数学教育学会第46回秋期研究大会発表要録, pp.21-28.

スティグラー他(漢三郎訳)(2002)『日本の算数・数学教育に学べー米国が目指す
jugyou kenkyuu』教育出版.

16

(2) 高校の数学の指導の状況

あなたは、日頃の授業などにおいて、 どのような指導をしていますか。	よくしている	どちらかとい えばしている	肯定的
(1) 例題を丁寧に説明する	73.1	20.6	93.7
(2) ある問題について考えたらそれに似た問題を考えさせる	45.0	43.1	88.1
(3) できるだけ多くの問題を解かせる	48.9	40.6	87.5
(4) 論理的に考えることが大切であることを説明する	38.4	46.9	85.3
(5) 1つの問題についていろいろな考え方をさせる	18.3	46.3	62.6
(6) 数学を発展させる考え方について具体的に説明する	14.4	43.1	57.5
(7) 自分の考えを述べるときは、根拠が適切かどうか確かめさせる	15.0	41.9	56.9
(8) 実社会での数学の応用例を取り上げてその考え方を説明する	21.3	35.0	56.3
(9) 複数の情報から必要な情報を選んで使わせる	8.8	36.9	45.7
(10) 反例を挙げることが必要な場面を設ける	7.5	36.9	44.4
(11) 生徒に自分の考えや意見を発表させる、話し合わせる	8.8	22.5	31.3

高校の数学の授業では生徒は一人で考え、教師は説明をする。
生徒同士が話し合うことは少ない。

国立教育政策研究所(2013)『特定の課題に関する調査(論理的な思考)』

17

(3) 指導への試験の圧力

・小中学校の悉皆の学力調査の圧力: 地方の首長

趣旨: 現行学習指導要領の前宣伝(B問題: 思考力、表現力、判断力)

1960年代の全国学力調査の失敗の繰り返し

順位の発表で首長・議会から圧力、不正が行われる

何のためのテスト? テストでみんなの学力は上がるのか、副作用は

高校でも「高等学校基礎学力テスト」(仮称)

2019年度から希望者に:

・中学・高校の入学試験

目的が入学試験問題が解けることに(社会が望む?)

入学試験の圧力: 教科書の改善も進む

すべての内容を指導しなければならない

: 発展、練習の内容を入れられない

それどころか、入試問題集に

18

(4)試験の圧力:歴史から

小倉金之助『数学教育の根本問題』(1924、イデア書院)

「何故に生徒は数学で苦しめられるのか、何故に学校を出れば忘れてしまふのか、何故に数学は殆んど生活と没交渉なのか、何故に学校では能率の上がない数学を教へるのか」(p.4)。

⇒国際的な数学教育近代化運動

1901年のイギリスのペリーの講演『数学の教育』を引き継いだ

当時の主張:実世界を重んじること、難問主義を排すること、試験のための数学から脱却すること

⇒学校で出会う数学は、人間を選別する「篩としての数学」か。
(ハウスン他、1987)

入学試験が、教育目標、教育内容、教育方法を支配する

・・・テスト主義教育

天野郁夫(2007)『増補 試験の社会史』平凡社ライブラリー。

ハウスン他(島田茂他監訳)(1987)『算数・数学科のカリキュラム開発』共立出版

19

4. 教科書の現状:意図したカリキュラム

教科書の国際比較

アメリカ、カナダ、イギリス、フランス、ドイツ、フィンランド、オランダ、韓国、中国、台湾、日本:検定、使用する義務

・検定は欧米のほとんどの国ではない。

・採択権限はアジアは教育委員会や学校であるが、欧米は学校や教師。

・供給はアジアは無償給与有償であるが、欧米は無償給与が多い。

・使用義務はアジアにはあるが、欧米にはない。

・ほとんどの国は、日本よりもページ数が多く当然値段も高い。

・各国で探究的な扱いなどの内容への多様なアプローチがなされている。

・各国が児童・生徒の多様性に応じて練習問題を増やすなどの対応している。

・ほとんどの国が、実世界との関わりを強め、他教科の内容を扱っている。

・多くの国がICTを積極的に取り入れている。

・算数・数学を学ぶ意義を、学習者や保護者向けに明示している国もある。

公益財団法人教科書研究センター(2012)、『初等中等学校の算数・数学教科書に関する国際比較調査 調査結果報告書』公益財団法人教科書研究センター。

20

5. 社会からの要請

(1)数学的リテラシー

科学技術の智プロジェクト・数理科学専門部会

「すべての成人」が持って欲しい数学的リテラシー

「数学とは」:数学の基礎は数と図形である、数学は抽象化した概念を論理によって体系化する、数学は抽象と論理を重視する記述言語である、数学は普遍的な構造(数理モデル)の学として諸科学に開かれている

「数学の世界A:数学の対象と主要概念」:数量、図形、変化と関係、データと確からしさ

「数学の世界B:数学の方法」:言語としての数学、問題解決・知識体系の構築としての数学の方法

Eizo Nagasaki(2015), Mathematical Literacy for Living in the Highly Information-and-Technology-Oriented 21st Century: Mathematics education from the perspective of human life in society, Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education, Springer, pp. 607-628.

科学技術の智プロジェクト(2008)『数理科学 専門部会報告書』科学技術の智プロジェクト。

米国科学振興協会(日米理数教育比較研究会訳)(2005)『すべてのアメリカ人のための科学』日米理数教育比較研究会(三菱総合研究所内)

21

(2)「数学」から「数理科学」へ

数理科学:日本学術会議・数理科学分野の参照基準検討分科会

大学学部の数理科学分野の教育

数学と実世界の関係を見直し、

「数学」に加え、「統計学」、「応用数理」をも含めて「数理科学」としている。

数理科学分野に固有の能力とともに、ジェネリックスキルとして、

数字を批判的にとらえる思考力と感覚、本質を見極めようとする態度、抽象的思考、物事を簡潔に表現し、物事を的確に説明する能力、誤りを明確に指摘する能力、未知の問題に積極的に立ち向かい、冷静に分析し対処していく態度

日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会(2013)『報告 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準 数理科学分野』日本学術会議。

22

(3)コンピテンシー・スキルの育成を

1960年代:社会の急激な変化に対する教育の必要性が顕在化

ユネスコ:生涯教育を提唱、学ぶことを学ぶなど

1996年、生涯学習の4本柱として、「知ることを学ぶ」、「為すことを学ぶ」、「共に生きることを学ぶ」、「人間として生きることを学ぶ」

21世紀:持続可能な社会、グローバル化、高度情報化社会など、社会の変化に対応する教育の目標として、経済界などを中心に社会で必要とされるスキル、コンピテンシー(能力と態度など)の重要性が叫ばれ始めている。

最近では、国際的にも国内的にも、教育目標として種々の能力

批判的思考、論理的思考、抽象的思考、創造的思考、分析的思考、コミュニケーション能力、協働的学習能力、ICT活用能力など

グリフィン他(三宅なほみ監訳)(2014)『21世紀型スキル 学びと評価の新たなカタチ』北大路書房

ライチン・サルガニク編著(立田慶裕監訳)(2006)『キー・コンピテンシー 国際標準の学力をめざして』明石書店。

23

6. 数理科学教育史の教訓

(1)国際的な動きを振り返ってみると

初等・中等教育における算数・数学教育

20世紀後半から国際的に

教育内容として 数学的な内容とともに数学的な方法を

1979年、ユネスコ『New Trends in Mathematics Education』(ICMI編) 数学的モデル化

1980年、アメリカ全米数学教師協議会(NCTM)『An Agenda for Action』 問題解決

1982年、イギリス・コッククロフト委員会『Mathematics Counts』 コミュニケーション

世界的に大きな影響 数学の方法面への着目は学校数学のカリキュラムにも反映

1989年:イギリスの『National Curriculum』「数学を利用し応用すること」(問題解決、コミュニケーション、数学的推論)

2000年:アメリカのNCTM『Standard 2000』内容基準とプロセス基準(問題解決、推論と証明、コミュニケーション、つながり、表現)

2000年:PISAの数学的リテラシー

長崎栄三(2007)『数学的な考え方の再考』「算数・数学の力へ」『算数の力』東洋館出版社。

24

(2) 国内の動きを振り返ってみると

1940年代:旧制中学校での「数学 第一類」「数学 第二類」
中等教育への、微積分、確率・統計、近似式の導入
「既成の数学の注入を排し、事象の即して数理を発見し」
「問題には具体的素材を多く取り、事象を数学化し・・・」

1950年代(戦後直後):小中高校での単元学習
社会的な問題解決能力の育成

1950年代後半(1956年):高等学校・学習指導要領
一般教養としての数学的な考え方
方法論的内容として「中心概念」

いずれも次の改訂で消滅

2008・9年

小中高校で算数的活動・数学的活動

長崎栄三(1990)『数学第一類・第二類の検定教科書の編纂とその思想―戦時下の中学校数学教育―』『国立教育研究所研究集録』第21号, pp. 43-58.
長崎栄三(2013)『高等学校数学科における「中心概念」の誕生とその後』『日本数学会教育学会誌』第95巻数学教育論究臨時増刊, pp.249-256.

数学者の批判
・数学の体系による批判(岩波『科学』13巻9号, 1943)
・てんぶら単元

中心概念

- a 概念を記号で表わすこと。
- b 概念・法則などを拡張すること。
- c 演算(矢)的な推論によって知識を体系化すること。
- d 対応関係・依存関係をとらえること。
- e 式や図形について不変性を見いだすこと。
- f 解析的方法と図形的方法の関連。

7. 今後の課題

(1) 誰のための数理科学教育か

すべての人々のため

多様な人々が意義を分かり、意欲的に、そして自信を持って

・小中学校:多様な児童生徒、自由な考えや意見を

・高等学校:必修数理科学以降の生徒の旅立ちを見据えて

理数系大学進学、非理数系大学進学、就職

それぞれに有用な数学の姿を経験する

「後で分かる」ということはない

何のための数理科学教育:人間的、実用的、文化的

1つの数学から、多様な数理科学に

数理科学の規則性を考える、証明で体系化をする、数理科学を使う

アーネスト著(長崎栄三・重松敬一・瀬沼花子監訳)(2015)『数学教育の哲学』東洋館出版社.

26

(2) 数理科学教育と現実世界をつなげる

・数理科学教育の意義:民主的な社会からの要請

誰でもが、社会において数理的な判断を求められる

その背後では数理科学的思考必要

・社会の諸セクター(工学系、社会科学系、人間科学系など)からの要請

・数理科学からの要請

大学の数学が「数理科学」に:現実と数学の距離・数学的モデル化

・小中高の数理科学で、社会とのかかわりを明示的に考える

課題学習の活用、総合的な話題、

「数理科学と現実世界」という内容領域を新設する。

現実世界を考えるには「価値観」を考えることが必要

ビショップ(漢三郎訳)(2011)『数学的文化化―算数・数学教育を文化の立場から眺望する―』教育出版.

27

(3) 数理科学教育で育成できる力を明確に

数理科学の方法を身に付け、「力」とする

社会の問題場面で力を発揮できるようにする

・概念を創り出す

・概念間の関係をつける

・概念を確認する

・概念を使う

・概念を表現し対話をする

算数的活動・数学的活動
・既習の数学をもとに性質を見いだし発展させる
・日常生活や社会で数学を利用する
・数学的な表現で説明し伝え合う

内容と方法が一体化した中での数理科学的活動

「数理科学の力」、「数理科学的思考力」の構造化と育成

社会で期待されるより汎用性の高い力の育成へも

長崎栄三(研究代表)(2007)『算数・数学において育成する諸能力とその系列に関する研究』国立教育政策研究所研究資料集.

長崎栄三(2007)「今なぜ算数・数学の力が注目されるのか」「算数・数学の力の構造化」「算数の力 数学的な考え方を乗り越えて」東洋館出版社. Pp.18-27,40-61. 28

(4) 数理科学教育の内容の検討

・現在ある内容について、たとえば次の原則を基に再検討

a. すべての児童生徒が取り組む(必修部分)

b. 現実世界との関係

c. 小中高校の数理科学の系統性

d. 社会で使えるコンピテンシー

・現在ない内容について、学会、社会等からの要請をもとに検討

現在ある内容の再検討の候補

・図形(小～)、関数(小～)、統計(小～)、確率(小～)、ICT(小～)・・・

・近似値・単位の扱い(小～)

現在ない内容の検討の候補

・三角比(中)、行列(高)、離散数学(高)・・・

29

(5) 数理科学の教科書のあり方

数理科学のあり方・目標・内容の考え方を反映させる

・数理科学と現実世界のつながりに配慮する

他教科の内容を取り入れる

・数理科学の方法に配慮する

数理科学を学ぶ意義について記述する

対話を積極的に行えるようにする

ICTの積極的な利用を図る

生徒の多様性に配慮する

・発展的な話題を取り入れる

・下学年の内容を含めた練習問題を豊富にする

30

(6) 児童生徒が主体となる数理科学の指導・学習を

児童生徒が自分の考えを示す…主体的

- 唯一の「正しい」考えを教え込むのではない
- 児童生徒の素朴な考えを大事にして指導で活かす

児童生徒が話し合って考える…協働的

- 対話という「相互作用」で互いに変る
- しかも、「すべての」児童生徒が話す

総合的な話題を工夫する…現実世界との関係、長い転移

- プロジェクト学習、グループ学習、ICT活用
- 児童生徒の学びを見取る評価を

大橋理枝(2015)『「日本」という土壌』『科学技術リテラシーに関する課題研究報告書改訂版』科学技術振興機構. pp.37-62.

長崎・長尾・吉田・一楽・渡辺・國宗編著(2004)『授業研究に学ぶ 高校新数学科の在り方』明治図書.

稲垣佳代子・波多野愼余夫(1989)『人はいかに学ぶか 日常的認知の世界』中公新書.

31

(7) 高校と大学学部で必要な数理科学の接続へ

大学入学試験の機能: 関所・学術の基準確保とそのための選抜

- 数学の入学試験が行われている: 関所が機能して学力低下論が聞こえない?
- 数学の入学試験が行われない: 関所がなくなり学力低下論がなりやまない
- 入学試験の復活は無理: 生徒の減少と大学の経営
- なぜか: 数学の理論的・体系的な知識・技能を要求する

高大ともに意識の改革が必要: 数理科学の接続

- 高校: 多様な高校生の要求に応える: 理数系大学、非理数系大学、職業系
- ・数理科学の式表現よりも、表、数、グラフ、図的表現からの意味の解釈
- ・問題状況・場面、グループ学習、現地調達

大学: 多様な学生に応える工夫? (または職場でも?)

- ・数理科学のプロセスが必要なら学生同士の議論(グループ話し合い、ゼミ)
- ・数理科学のプロセスをブラックボックスにして入出力の意味の解釈
- ・思いこみの小中高の学習履歴に頼らない。「使わなければ忘れる」
- ・同じ数学的表現でも分野によって規約が異なることを意識する。
- 言葉にする工夫、たとえば、自然数の四則で説明する。道具を上手く使う。

32

(8) 数理科学教育の目的に沿った教員養成を

中等教員養成: 大学理数部の数理科学教育法

初等中等教育の数理科学教育の目的

- 人間形成的目的、実用的目的、文化的目的、そして、数理科学とは
- …受験のためだけの数学になっていないか

中等教育の数理科学教育に沿った内容

- ・数理科学を生成的に考えさせていく。
- ・数理科学の実世界の応用を考えさせていく。
- ・指導と学習を区別する。生徒の考えから始める。

中等教育の数理科学教育に沿った方法

- ・生徒との対話を

現職教育の重要性

- ・生徒の理解と指導法の更新

33

(9) 数理科学・数理科学教育についての社会への働きかけ

3つの神話: こんなことが世間に広がっていないでしょうか

1. 数理科学は社会的有用性がない(なくてよい)。
2. 数理科学の能力には性差がある。
3. 数理科学教育の目的は入試のためだけにある。

数理科学・数理科学教育に関わる人々は多様な形で社会に働きかけたい。

数理科学を学ぶということは、これからの社会で生きていくための基礎となる能力を身に付けているのだと。

ご清聴ありがとうございました。

34

報告 2 大学における統計科学・データサイエンス教育の課題と展望

慶應義塾大学 大学院健康マネジメント研究科
教授 渡辺 美智子

浪川幸彦教授（司会）：

それでは続きまして、慶應義塾大学の大学院健康マネジメント研究科の教授でいらっしゃる渡辺美智子先生からよろしくお願いいたします。

渡辺美智子教授：

こんにちは。慶応大学の渡辺です。今日は数理科学の中に統計が果たす役割、特に社会との接点ということで、大学における統計科学とデータサイエンス教育の課題と展望をお話したいと思います。現在、オープンデータが地域創生の要とされています。ビッグデータ・オープンデータ時代、データが多種多様な行動、判断を主導し、社会の価値を創造していく時代、更に OECD は、最近、Data-driven, データ駆動型のイノベーション創出で持続可能な発展と安心、安全、健康な社会の構築を謳っています。その中で、積極的にこれに関わっていく、社会の課題を解決していく人材の要請が高まっています。そこで必要となるコンピテンシーはデータに基づく科学的な探究力、統計的に課題を発見しデータで問題を解決する技能です。この育成には実は、世界では初中等教育から高等教育に至る体系化されたやり方がありますが、日本ではこの内容の教育がすっぱり行われていません。わたしは、このことに非常に危機感を持っています。

データで、もしくは統計で、課題を発見する、統計的問題解決という言葉はよく聞きますが、では、問題とは何かとか、課題とは何か、ということから教えられることがないのではないのでしょうか。まず、課題の発見が問題解決を言

う前に大切になります。



まず、理想を思い描けること、その上で、問題とは理想と現状とのギャップと捉えることから課題が見いだせます。現状に満足しきっていたら、企業もそのような社員ばかりでしたら、何も改善も起きませんので、まずは課題を発見する力、この方法をはっきりさせる必要があります。実は社員研修などでは、日本はノウハウを持っています。それが学校教育の中に入ってきていない。

具体的に問題を解決するヒントの導き方を統計教育の中でどう導いていくのか、その考え方を内容に入れていくことが、統計教育に求められています。例えば、全体ではこういう傾向でしたという平均値を出すだけでは、現場の解決には繋がらない。先ほど、PISA の学力テストの話が長崎先生からあって、日本は高い平均点を出しているということでした。問題解決を行う場合は、「全体で平均が高い」だけではなく、企業でいうところの、良い子悪い子分析の考え方で、どういう状況が揃えば良くて、どういう状況だと悪いのかという状況判断まで遡って思考する、統計では、条件付き分布まで考慮して、状況を改善し解決のヒントを出すことが求

められます。

さらに今、グローバル化が進み、グローバルリーダーの素養として、データに基づくこのマネジメント力、つまり、統計的なマネジメント力が要求されていますが、これも非常に、社会人にとっても、また学生にとっても、弱いところとなっています。また、統計は意思決定のための道具で、特にオープンデータの時代は、説明責任が求められる情報公開時代でもあります。私たちが、グローバルリーダーとして責任のある意志決定をする際、どういう説明責任を果たすのか、ここには統計がベースになっていなくてはなりません。

政府の IT 国家創造宣言でも、ごく最近、ICT から IOT ということになっています。これは、Internet of Things っていうことで、ものどものデータを、自動で、つないでいくことを意味し、自動運転ですとか、自動レコメンデーションシステムとか、データ駆動型の決定メカニズムが機能していくということです。そこでは、データ分析から既にデータアナリティクス系の力や技術が要求され、モノづくりやサービス科学における、ビッグデータの価値サイクルを生み出しています。

ビッグデータの価値サイクルでは、データを分析して知識創出ができることが重要です。生み出す知識とは一体何なのか、社会を良くするための知識、これをやったら結果がこう改善しますよという知識ベースをどんどん作り上げ、それに基づいて最適な意思決定をする。そのようなサイクルにおける統計的思考力を身に付けていく教育が求められています。

統計の意思決定にはリスクが伴うこと、100%良くできるわけではないということとちゃんと知っておくこと、意思決定をした後そこで終わるわけではなくて、更に改善を進めるためには、どんなデータが必要なのかも考え、それが社会にとって有用なビッグデータにつ

ながっていくこと、最も大事なものは、社会課題とちゃんと結びつけることができる統計教育だと思います。

今私たちが世界規模で直面する問題、また日本は少子化、高齢化と多くの課題を抱えています。それを数学と統計的な思考力で科学的・合理的に解決していく態度と能力が、これからの学士課程の学生にも求められていると思います。

世界最先端 IT 国家創造宣言の中には、オープンデータ、ビッグデータの活用をできる人材を育成する必要があること、文科省の工程表でも 2013 年からビッグデータ利活用人材、データサイエンティスト等の育成が示されています。ここで、統計という言葉は出てこないのですが、それは、統計という言葉を出していくと、どうしても古くからの数理統計の教育がイメージとしてあり、数式を出すとか、分布論を繰り返すとか、しかし今は、そういう数理統計の教育ではなく、社会の課題を解決するという意味で、データサイエンスという言葉が、あえて使われているかと思います。

工程表では、プログラミング教育ということで、小学校からのプログラミング教育が明記されていますが、総務省から文科省への要請ということで、全ての公的統計の基盤となっている国勢調査の重要性について教科書で取り扱う、プログラミング教育では、データの処理も含める、統計教育を更に拡充する、高等教育において統計学科を創設し、データサイエンス力の高い人材を大量に提供できる基盤を構築することが申し入れられています。

日本では学部には統計学科がなく、それで統計を教えられる学校の教員も育っておりませんし、統計自身の専門性が全然理解されていない。海外の大学では当然、統計学部や学科が存在し、今は、データサイエンス系の大学院や学科、高校でもデータサイエンスのコースが作られて

います。

政府の危機感は強く、科学技術イノベーション総合戦略の中に、我が国は欧米と比較して、データ分析のスキルを有する人材、統計科学を専攻する人材は極めて少ないことが課題として書き込まれています。これは学部自身がないわけですから、4年間統計学部で統計の色々な科目を学ぶ大学生を当たり前のように大学の中で育てている海外とは全く違うわけです。

中国はものすごい数の統計学部や大学院の統計科学研究科を作っています。今年8月中国人民大の先生が持ってきてくださって発表されたスライドですが、中国では、324万人統計学部を卒業する学生がおり、そのため、1万2,000人の大学で新しいタイプの統計を教える教員が必要とあります。

日本の動向としては、日本には統計学科がないということで、平成24年の文科省助成事業で、統計教育大学間連携ネットワークができました。ステークホルダーとしては経団連、日本アクチュアリー会、日本銀行、日本マーケティング・リサーチ協会などが名前を連ねています。高校でも、スーパーサイエンスハイスクールの中で、科学的探究の道具として統計教育に熱心な取り組みをみせているところも出てきています。また、最近、スーパーグローバル大学トップ10とトップ30の発表もありましたが、その中で、立教大学は学部で、データサイエンスの副専攻構想、大阪大学は大学院で大学院等高度副プログラム「データ科学」を出してきています。最近、全国に50校ぐらいスーパーグローバルハイスクールが指定されています。日本ではスーパーグローバル教育と言うと何か英語をちょっと特化させて、留学させてというイメージかと思いますが、グローバルリーダーシップ教育は世界中で力を入れています。英語がネイティブな国のグローバルリーダーシップ教育は、リーダーとしての意思決定力の科学化とい

うことで、問題解決型の統計教育に力をおいています。日本のスーパーグローバルハイスクール幹事校の筑波大学附属高校のプログラムでは、カナダのブリティッシュコロンビア大と提携して先方から提案のあった、PPDAC 課題解決法をカリキュラムに組みいれています。これは定性的な課題を定量的に分析する方法で、問題 (problem) があって、その問題を解くための計画 (plan) をたてて、データ (data) をとって、統計分析 (analysis) をして結論 (conclusion) を導く問題解決のサイクル、PPDAC です。

どうして海外では、問題解決とか科学的探究が重視されるかというと、2010年がビッグデータ、その10年前、2000年頃がデータマイニングのブーム、その10年前、1990年に、トータルクオリティマネジメント (TQM) のブーム、に遡るとよくわかります。品質マネジメントは、日本がジャパンアズナンバー1として、日本のモノづくりのクオリティ、エンジニアリング力が有名になった時に、トヨタなど大手メーカーがやっている統計的な問題解決、PDCA サイクルがもとになっています。海外で日本に学べ、ということで、その時に、科学教育の改革、統計教育の改革が、問題解決や探求のプロセスを重視するという方向で進められました。

数学研究に関しても、第3千年紀は不確実性を中心とする内容に向かうとされ、NSF (National Science Foundation) も、巨大データに関する数学的・統計的挑戦、不確実性の管理とモデリングで、それを担う人材育成を重点テーマにあげ、そのころから統計と確率・データハンドリングを重視する問題解決型の教育改革を行っております。全米数学教師協議会の方でも、統計と確率内容は、従来より相当重要な位置付けにしていることを言っています。

学術会議の数理科学分野の参照基準にもありますが、数学教育では、数や数式、図形などの概念を理解し使いこなせることを目的とし

ていますが、統計教育が扱う概念は、不確実性です。不確実性のツールとして、分布を使用します。確率分布という不確実性のモデルとして正規分布とポアソン分布と二項分布ぐらいを大学生全員が、円とか三角とか四角と同じように、知っておく必要があります。

統計的思考力は、科学技術推進の第3番目の腕、サードアームといわれています。2本の腕があれば私たちは生きて行く上で支障はないけれども、3番目の腕を持っている人には効率的にまったく敵わないでしょうという意味です。アメリカは、高校生にアドバンスドプレースメント (AP) というコースと検定試験をやって、大学の教養科目ぐらいの内容を、高校生にも学ばせているのですが、AP統計は1992年に始まり、現在は18万人ぐらい、毎年、高校生がこの1年間のコースを受講し検定試験を受けています。AP統計は、大学の教養の統計、アメリカの大学のStat 101相当の内容ですから、それを高校生が20万人近く受けているわけです。

OECDのPISA, PIACCと先ほどありましたけれども、数理リテラシーの中に、不確実性の数理、分布を扱う数理、科学リテラシーの中に科学的探究で、読解力、図・表・グラフの読み取りということで、あらゆる科目の中で、この不確実性、図・表・グラフというのが扱われています。

日本の現行の指導要領でも、統計が30年振りに内容を拡充して行われています。小学校の1学年から高校の数学I必履修のところまでで、記述統計の基礎的な部分が入ってきております。ただ、意思決定のための統計ということになりますと、推測統計が必要になります。これがないと意思決定までいきませんし、問題解決の最終的な判断である、この介入策が効果があるやこの薬が効くという科学的な判断までができない。確率分布と統計的推測の単元が数学Bに配置されていますが、ほとんど高校で選択

されていない。今日、数学の先生方がいらっしやいますが、東大、京大をはじめ多くの大学が入試にこの内容を出さないと告知しています。これが高校での選択を完全に動かしています。判断や意思決定のグローバルルールを教えていないのは、怖いと思います。

2000年に全米統計学会がそのために、問題解決型の統計教育に変革するために、内容の何を薄くして、何を新しく入れなくてはいけないのかのガイドラインをきちんと出しています。これは、あれもこれもそれもとつい多くなりがちなシラバスを見直し、薄くするもの、入れるもののメリハリを付けているわけです。計算の仕方など、コンピューターが代わるものはどんどんそぎ落とし、むしろ統計的な推測の概念とか、問題解決のプロセスとか、統計分析の結果を問題解決にどう生かすのかとか、そういう方向で改革されています。

1992年にアメリカでは政府のレポートであるスキランズレポートが出ています。この時にコンピテンシーとして、目的を持って体系的に問題を解決する訓練を子どもの時から徹底させましょう、社会、仕事のノウハウを学校教育に持ってきて、アカデミックな基礎、基本オンリーから問題解決的思考へと提言されています。こういう社会のこの領域で働くためには、高校の科目のこの内容の理解が必要で、そのためには中学校のこの科目のこれが・・・というように、ものすごく大きな体系表がきちんとできていました。なぜこれを学ぶと将来何につながるのかということが、分かるように書いてあります。

また、レポートの中には、16歳と成人の段階で、問題解決能力が身についているかどうかを国レベルの試験で評価しなさいということも書いてあります。コンピテンシーの評価ですので、単純なテストからアセスメントへということで、国や学協会が認証し、能力や学修成果を

きちんと見える化することが大切ということです。

今日は、統計検定の関連資料をお配りしています。日本統計学会が、統計思考力アセスメントの必要性からこの検定を始めました。思考力のアセスメント問題の開発ということでは、文脈をたくさん入れて、統計的な解釈や判断をさせる問題を海外では、非常に大きな研究費がかけられ組織的に開発しています。単に計算問題ではない統計の思考力をアセスメントをするため、お金のない学会ですが、会員の努力で検定事業を一生懸命やっております。これが意外と社会人、ビジネスマンが殺到して受けています。何の宣伝力もないのに、もう今年1万人が受験しました。ほとんどが社会人です。

まとめると、スキャンズレポートの第3章に日本の企業教育に学べということがきっちり書いてあって、世界中がデミング型の品質を指向するプロブレムソルビング教育を取り入れて統計教育を変革してきました。それが行政、教育、経営全てに質保証という改善の基盤となっています。

マネジメントや問題解決に生かす統計教育、また、科学的探究の方法論を意識した統計教育、これらを実際に大学でどう教えていくのか、これまでの統計教育内容の何を残して何を新しく入れるべきなのか、社会で望まれる分析力の高度化の実際に気づかせ、統計を学ぶ意義を理解させるにはどうしたらいいのか、統計思考力の育成や評価をどうするのか、現代社会の課題の解決に向けて、統計教育の改革を進めなければならない時期がきていると思います。

浪川幸彦教授（司会）：

どうもありがとうございました。色々と教えて頂きました。

大学における統計科学・データサイエンス教育の課題と展望

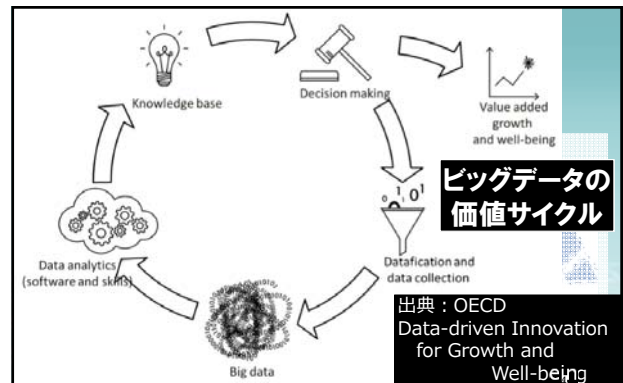
オープンデータ・ビッグデータ時代に社会が求める力

データが多種多様な行動・判断を主導し社会の価値を創造する時代

OECD Data-driven Innovation for Growth and Well-being

- * データに基づく科学的探求力・課題発見と問題解決力
- * グローバルリーダーとしてのデータに基づくマネジメントと意思決定力 (responsible decision-making: 説明責任)
- * ITCからIOT; DBからDD(データ駆動型)へ: データアナリティクス人材

慶應義塾大学大学院健康マネジメント研究科 渡辺 美智子
(統計数理研究所運営会議委員・(独)統計センター理事)



オープンデータ・ビッグデータ利活用
人材育成に向けた政府や学会の取り組み

実施スケジュール (1. 革新的な新産業・新サービスの創出と生産業の成長を促進する社会の実現)

世界最先端IT国家創造宣言
(2013年6月14日閣議決定)

1. 革新的な新産業・新サービスの創出と生産業の成長を促進する社会の実現
(1) オープンデータ・ビッグデータの活用促進
(2) ビッグデータ活用による新産業・新サービス創出の促進

人財育成: ビッグデータ活用人材(データサイエンティスト)の育成
(文部科学省: 2013~2021)

オープンデータの普及啓発と人材育成
(総務省・経済産業省: 2013~2015)

実施スケジュール (4. 利活用の裾野拡大を推進するための基盤の強化)

中等教育からのICT教育・プログラミング教育の全国展開
総務省・文科省 2014~2021

将来の経済成長を担うデータサイエンスに係る人材育成・教育の充実
(文科省への申し入れ事項)

- ① 全ての公的統計の基盤となっている国勢調査の国政上の重要性について、初等・中等教育の教科書に記載し、統計データに対する理解促進を図る。
- ② 初等・中等教育において、データのプログラム処理をはじめとする統計教育の更なる充実を図る。
- ③ 高等教育において、統計学科を創設し、データサイエンス力の高い人材を大量に提供できる基盤を構築する。

科学技術イノベーション総合戦略2015
(平成27年6月19日閣議決定)

2. 重点的に取り組むべき課題

我が国では欧米等と比較し、データ分析のスキルを有する人材や統計科学を専攻する人材が極めて少なく、我が国の多くの民間企業が情報通信分野の人材不足を感じており、危機的な状況にある。... 新たな価値創出に従事できる人材を強化することが不可欠である。同時に、情報通信及び数理科学等の基本的知識を持ちつつ、適用分野を把握し、課題の発見・解決を、統合システム全体を見通して行える人材の強化も求められる。

様々な分野での新たなビジネス創出において鍵となる共通基盤技術、例えば、IoT、ビッグデータ解析、数理科学、AI、サイバーセキュリティ、... 関係府省の連携の下で戦略的に研究開発を推進する。このため、来年度からの実施に向け、具体的な推進方策について検討を進め、その内容を第5期基本計画に反映する。また、情報通信及び数理科学等の基本的知識を持ちつつ課題の発見・解決ができる人材の強化にも合わせて取り組む。【内閣府、関係府省庁】

『参照基準』
数理科学分野からの抜粋

文明社会においては、物々交換や貨幣経済のためには自然数にすべての知識が必要となり、農地の管理のためには長さや広さの概念が必要になり、土木・建築のためには図形についての知識が必要になる。このように、経済、農地の管理、土木・建築などに関する具体的な応用を目的として、多くの古代文明において数学は生まれた。ここで生まれた自然数、実数、図形などの概念は、私たちが生きている世界に存在するものを理想化・抽象化して生まれた人為的な概念であり、これらを理解して使うためには訓練が必要である。

19世紀に入り数学は進歩を加速した。複素数が認知され、非ユークリッド幾何学が生まれ、群や微分空間などの抽象的な概念が生まれ、関数を作る空間の性質が研究された。統計学はその英語名 statistics が示すように国家統計を研究するために始まったが、確率論をその手法として導入することにより、複雑な事象や不確定な事象を扱う学問としての近代統計学が生まれた。

このように、20世紀になり数学は分野を拡大し、その特徴を変えたが、計算機科学は数学と非常に近く、通信の安全を守る暗号には数学が本質的に使われ、画像診断、金融工学、生命科学などにも数学が使われるなど、数学と科学や技術との関係は現在でも非常に密接であり、科学や技術には数学が必要不可欠となっている。

数学は、私たちが住む現実世界の問題を解くために作られた学問であり、その点では他の学問と共通の性格を持っている。しかし数学の概念は、現実世界を理想化・抽象化して得られた概念であり、数学の世界は現実の世界から作られた新しい世界であると言える。私たちは、数学の世界にある様々な概念を使って現実の世界に存在するものの性質をとらえ、現実世界の問題に応用する。

統計的問題解決・SQC
Statistical Problem Solving

『統計と確率』は、従来に比べ相当重要な位置を与えられるべきである
Committee of Inquiry into Teaching of Mathematics in Schools, 1982, イギリス
Mathematical (National Academy of Sciences)
National Council of Teachers of Mathematics, 1989, 2000 全米数学教師協議会
国際数学連合 (数学教育委員会) ・ 国際統計協会 (統計教育分科会) 合同会議, 2008

- The Cobb Report
 - 米 国数学会のカリキュラムアクションプロジェクト
 - 1992年に報告書
 - 統計リテラシー (狭義) の教育から統計的思考力 (統計的問題解決力) 育成の教育へ

1992年 AP Statistics (検定試験)
9 million dollars 教材開発

統計的探究のプロセスの概念を理解し、仕事 (研究) に活用する

統計的思考力: 科学技術推進の第3の腕 (The third arm)

アメリカとカナダとニュージーランドの統計教育の比較

国	年	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
アメリカ	統計的探究の過程										
カナダ	統計的探究の過程										
ニュージーランド	統計的探究の過程										

OECD 国際学力調査
PISA (生徒)
PIACC (大学生・社会人)

数理リテラシー
「不確実性の数理」
科学リテラシー
「科学的探究」
読解力
「図・表・グラフの読み取り」

1990年代以降
海外が進める統計教育改革
初等・中等・大学基礎教育

オーストラリアと日本の統計教育の比較

国	年	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
オーストラリア	統計的探究の過程										
日本	統計的探究の過程										

学習指導要領改訂前

算数・数学科 (統計内容大幅な拡充) スパイラル、コンピュータの使用、実際のデータ、活用、議論

第1学年	第2学年	第3学年	第4学年	第5学年	第6学年
- データの読み取り - データの表現 - データの読み取り	- データの読み取り - データの表現 - データの読み取り	- データの読み取り - データの表現 - データの読み取り	- データの読み取り - データの表現 - データの読み取り	- データの読み取り - データの表現 - データの読み取り	- データの読み取り - データの表現 - データの読み取り

中学校「資料の活用」

第1学年	第2学年	第3学年	第4学年	第5学年	第6学年
- データの読み取り - データの表現 - データの読み取り	- データの読み取り - データの表現 - データの読み取り	- データの読み取り - データの表現 - データの読み取り	- データの読み取り - データの表現 - データの読み取り	- データの読み取り - データの表現 - データの読み取り	- データの読み取り - データの表現 - データの読み取り

科学的探究・問題解決・意思決定のプロセスを通して育成する統計的思考力

全米統計学会・全米数学協会の共同指針=> GAISE, 2000

- Emphasize the following elements of **statistical thinking**
 - the **need for data**, b. the importance of **data production**,
 - the **omnipresence of variability**, d. the measuring and modeling of **variability**.
- Incorporate **more data and concepts, fewer recipes and derivations**. Wherever possible, automate computations and graphics. An introductory course should
 - rely heavily on **real (not merely realistic) data**;
 - emphasize **statistical concepts**, e.g., causation vs. association, experimental vs. observational and longitudinal vs. cross-sectional studies;
 - rely on **computer s rather than computational recipes**;
 - treat **formal derivations as secondary in importance**.
- Foster active learning through the following alternatives to lecturing:
 - group **problem solving and discussion**;
 - laboratory exercise;
 - demonstrations based on class-generated data;
 - written and oral **presentations**;
 - projects, either group or individual.

産業界と教育者との協働
統計的問題解決力
教育に関する産業界からの要望

科学技術・経済に関する国際競争の激化 (人材育成)

21世紀型ワークスキルの議論
米国 スキャンズレポート (1992年)
イギリス デアリングレポート (1997年)
OECD DeSeCoプロジェクト
PISA型学力
21世紀型スキル (ACT21)
日本: 経産省
社会人基礎力
文科省
学士力

LEARNING A LIVING: A BLUEPRINT FOR HIGH PERFORMANCE
A SCANS REPORT FOR AMERICA 2000

世界の自動車生産台数推移より
「アジア」
「日本」
「中国」
「インド」
「中国が世界へ」

18

スキャンズ型のワークフォース・ノウハウ

初等・中等教育のカリキュラム改革
大学教育の質保証
(学士力・分野別学士力)

OECD PISA 16歳
中学生 学力調査

OECD PIACC
成人版学力調査

ITを活用した問題解決力

A national education-based
assessment system
テストからアセスメントへ
"学びを学ぶ力"の自己チェック
国 や学協会での認証、資格認定

RECOMMENDATIONS FOR THE "LEARNING A LIVING" SYSTEM

THE COMMISSION RECOMMENDS FULL IMPLEMENTATION OF THE FOLLOWING ACTIONS BY THE YEAR 2000:

Creating Schools

Workplace know-how (the SCANS foundation and workplace competencies) should be taught along the entire continuum of education, from kindergarten through college.

Every student should complete middle school (about age 14) with an introduction to workplace know-how.

Every student by about age 16 should attain initial mastery of the SCANS know-how.

Every student should complete high school sufficiently proficient in the SCANS know-how to enter a decent living.

All federally-funded programs for youth and adults should teach the SCANS know-how.

Restructuring Assessment

A national education-based assessment system should be implemented that will permit institutions to certify the levels of the SCANS competencies that their students have achieved.

Public and private employers should define requirements for higher-level competencies.

Employment-based assessments should provide diagnosis of individual learning needs.

目的を持って、体系的に問題を解決する訓練を徹底

社会・仕事のノウハウを学校教育へ

アカデミックな基礎基本 (only) から
問題解決的思考へ

Scansレポート

第3章 TOWARD A HIGH-PERFORMANCE FUTURE

日本の企業教育 (統計的問題解決) に学ぶ

1980年代後半の日本経済発展のミラクルを
指導したデミング博士

1980年、NBC
「If Japan can... Why can't we...」
(日本にできて、なぜ我々にはできないのか?)
ドキュメンタリーを放送

1992年 産業界から

行政・教育・経営

行政評価
教育評価

日本統計教育

昭和21年アメリカ大統領府ライス使節団来日

① 日本の政府・民間統計の復活・整備
② 戦後の日本の民主主義を育成するためには、ものを客観的・合理的に認識し判断する(力)文化、国民の素養(リテラシー)の形成が基礎との動向
③ 産業復興のための企業内統計教育
統計的品質管理教育 PDCAサイクル
トヨタ式「KAIZEN」・・・Fact Control
If Japan can, why can't we...1980年・NBC
統計的問題解決のサイクル

北川敏男先生
石川馨先生
増山元三郎先生方

USING STATISTICS EFFECTIVELY IN MATHEMATICS EDUCATION RESEARCH

A report from a series of workshops organized by the American Statistical Association with funding from the National Science Foundation

Working Group on Statistics in Mathematics Education Research

Richard Scheaffer, Chair
Martha Aliaga
Marie Dumas-West
Roni Garfield

Richard Lerner
Frank K. Lewis
Ingram Olkin
Dennis Pearl

2004年 NSFの要請で
米国統計学会が数学教育研究のあり方を指導(3年間)
2007年 レポートして冊子体の配布

This report had its genesis in a telephone call to the American Statistical Association (ASA) from the Education and Human Resources Directorate of the National Science Foundation, "Can the statistics community offer any contributions to improving the quality of mathematics education research?"

2004年 NSFの要請で
米国統計学会が数学教育研究のあり方を指導(3年間)
2007年 レポートして冊子体の配布

不確実性の数理とデータに基づく
科学的探求・統計的問題解決の枠組み

統計的思考力

- 不確実性を伴う諸現象をデータのばらつきで捉え、分布として記述し、解釈する力
- 分布に基づいた推測方式の概念を理解し、諸種の文脈(コンテキスト)の下で実践的に応用する力
- データの収集、データの記述、データに基づく推測の一連の問題解決型のプロセスを習得し、知識の創出というアクションに繋げる力

科学技術推進の第3の腕

不確実性

データのばらつき

分布の概念記述

確率(分布)モデル

推測(一般化)

もとのデータの文脈で語る

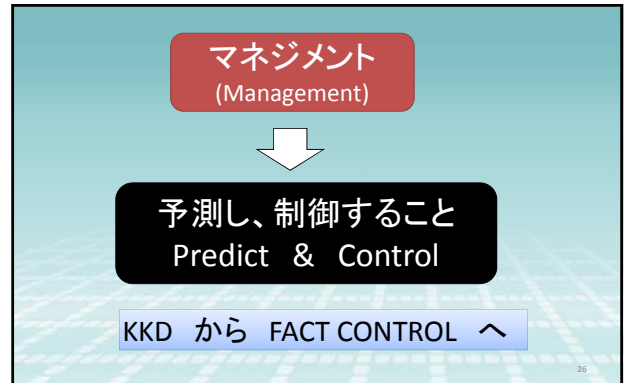
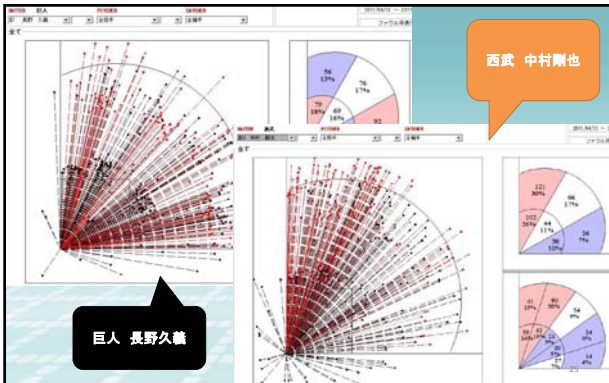
不確実性の数理

打球の行方?

中村剛也

データ提供: データスタジアム㈱

30% 17% 28% 11% 7% 10% 15% 20% 9% 6% 12% 5% 4%



データは単なる数字ではない！
2つの背景を持つ

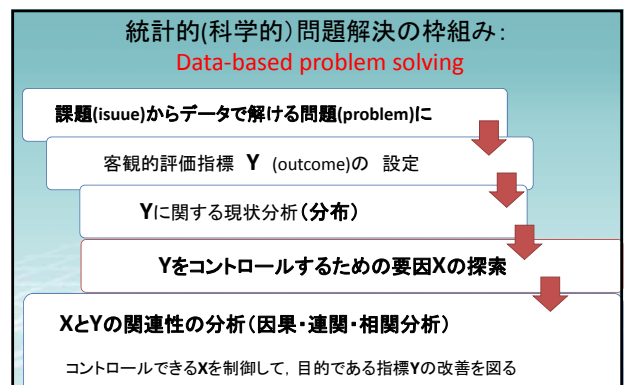
- それが取られた背景(集団)の分布に応じて意味が変わる

減多に起きないこと
(分布の裾: 確率密度が小さいところ)

VS

普通に起きること
(分布の中心: 確率密度が大きいところ)
- その値になった背景(プロセスや属性)が無数にある
結果にはワケ(原因)がある

2つの背景を考慮して解釈し、
現状分析・予測やマネジメント・問題解決に活かす



「おふろの王様 アンケート」

本日は「おふろの王様」をご利用いただき、誠にありがとうございます。
当店でよりご満足いただけるサービス提供を目指して従業員一同、努力してまいります。
より良いおふろにするために、お客様の御意見を伺いたしております。お願い申し上げます。
無回答するものには〇を付けて下さい。ご無回答はお客様の個人情報です。

ご来店日時 月 日 時間 性別 ① 男 ② 女 年齢 才

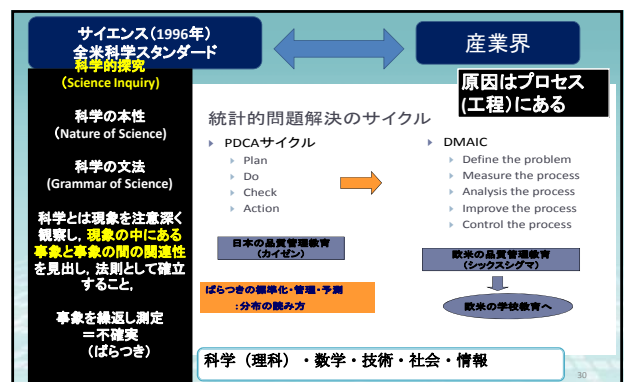
1. お風呂「おふろ」はいいですか？
(満足) ①満足 ②満足 ③満足 ④満足
2. お食事はいかがでしたか？(料理・接客・接客・接客)
(満足) ①満足 ②満足 ③満足 ④満足
3. その他、お風呂サービスはいかがでしたか？
(満足) ①満足 ②満足 ③満足 ④満足
4. 従業員の接客態度はいかがでしたか？
(満足) ①満足 ②満足 ③満足 ④満足
5. 清潔は行っているでしょうか？(店内・浴室・脱衣・トイレ等)
(満足) ①満足 ②満足 ③満足 ④満足
6. 施設でお風呂に入りの温泉施設はありますか？ ①ある ②ない
7. 当店で今後利用したいと思えますか？
(満足) ①満足 ②満足 ③満足 ④満足
8. その他、お気づきの点がありましたらお問い合わせください。

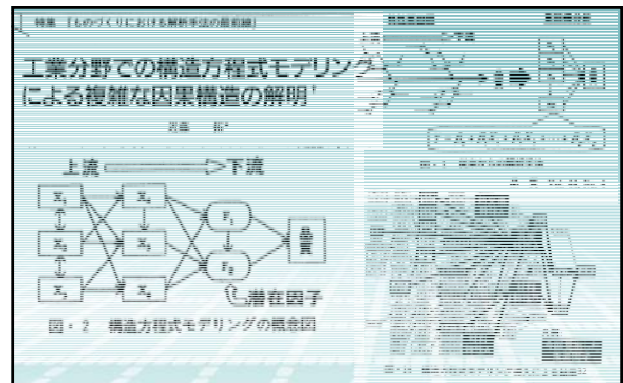
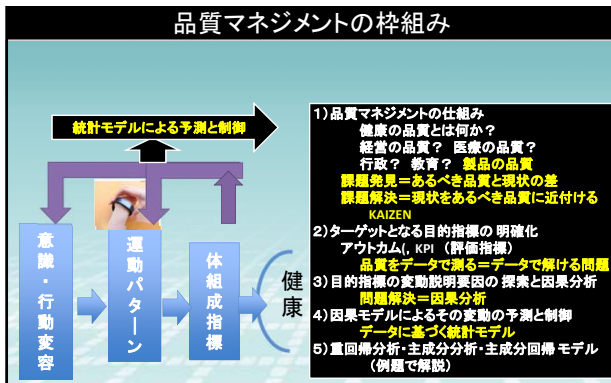
条件付き

X

Y

データ行列





統計学において必要とされる基礎的な数理的能力は、現実の現象に見られる数量的な関係(線形関係、指数関数的な関係など)を把握する能力である。さらには、それらの関係を数学的なモデルとして数式で表現し、モデルを解く能力が求められる。最後にモデルからの結論を現実の問題に適用する段階も重要である。すなわち 1) 現象から数理的なモデルを抽出し、2) モデルを数学的に操作し、3) モデルの解を現実の問題解決に応用する、という三段階が、統計学や応用数理において非常に重要である。

データやモデルの操作には、計算機の利用が不可欠である。現実の問題に現れる連立方程式を手計算で解くことは不可能であろう。統計において現実のデータに統計モデルを当てはめるときも同様である。また、計算機の発展により、伝統的な正規分布を仮定するモデルや最小二乗法などの線形モデルを前提とした手法をこえて、より広い分布系や非線形性を含むモデルの利用が急速に進んでおり、統計学教育にも反映すべきである。

一方で、現在の大学の数学教育では、具体的な数字は最初から変数に置き換えられて、式の展開や論理の展開能力が重視される。そのような教育では、現実の現象から数理的な構造を抽出する能力(帰納的思考力、抽象化の能力)が十分に育成されない。統計学教育はこのような観点からも重要である。

の解決に主軸が移っており、このかつての数学の役割を担っているのが応用数理と言える。ただし、かつてに比べて格段に複雑な現象の解明や課題を解決することが要請されており、数理モデリングが特に重要となっている。実際、複雑な現象の数理モデリングにおいては、現実を十分反映しながらも、計算によって結果を得ることができる程度に単純なモデルを構築する必要がある。この数理モデリングの成否が問題解決の要である。

『参照基準 数理科学分野』からの抜粋

Most Sexy Job!
最も魅力的な職業

Statisticians!
統計家

グーグル・
チーフエコノミスト

最強の武器
統計学

その数学が
戦略を
決める

- 2007 The New York Times
- Business Bestseller
- 『SUPER CRUNCHERS』
- “Today the name of the game is data”
- “Data-mining and statistical analysis have suddenly become cool”

統計＝統べて計る(すべてはかる)

= 計って統べる (統計的マネジメント)

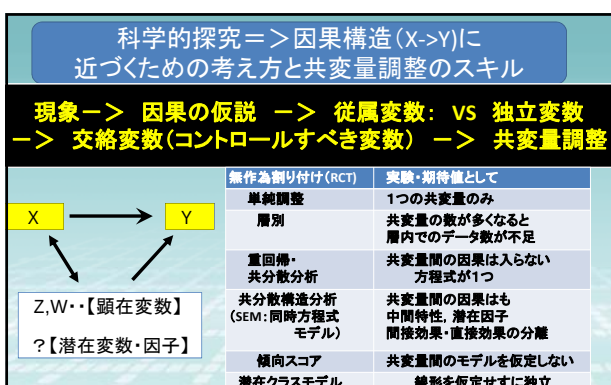
* 評価指標 → ばらつき

→ 要因分析

→ 予測モデル

→ 制御 → マネジメント

「絶対計算」は、専門家を呼んで議論を代わって、ようすを収めた時点までの事のワザの政治家に代わって、この政策がもたらすであろういかに害を、医者に代わって、症状がどんな病気にかかっているかを、映画プロデューサーに代わって、そんな脚本が興行収入を大化させるか



リテラシー育成のための 統計的探求的活動

36

2014年10月27日
財務省財政制度等審議会
35人から40人学級再開を検討

財務省に異議あり
 いじめ認知増で35人学級から40人学級へ？ **データの誤読、正反対の結論**

2002年 the Economic Policy Institute

two eminent economists debate the merits of smaller class sizes and the research methods used to measure the efficacy of this education reform
 Alan Krueger (Princeton Univ.)
 V.S. Eric Hanushek (Stanford Univ.)

小学校で起きた問題の件数に占める
 小学1年の割合

	35人学級導入前	導入後
いじめ	10.6%	11.2%
暴力行為	3.9%	4.3%
不登校	4.7%	4.5%

※文部科学省調べ。導入前は2006～10年度、導入後は11～12年度の平均

* 仮説ハンターZ (NHK BSプレミアム)

甘い物好きは人助けも好き。
 騒音の中では料理がおいしくなる。
 中指の長い男性は女性にもてる。
 ご褒美は先にあげると、効果がある。
 料理の写真をみると食欲がなくなる。
 レストランの照明が暗い席は太る・・・

この種の因果への判断が日常の意思決定や行動に繋がる

スコアブックデータ=>総務大臣特別賞

“終わらない夏” ～最後の大会に向けて～

スコアブックデータは、大会の進捗状況を把握するための重要なツールです。ここでは、大会の進捗状況を把握するためのスコアブックデータを紹介します。

スコアブックデータは、大会の進捗状況を把握するための重要なツールです。ここでは、大会の進捗状況を把握するためのスコアブックデータを紹介します。

“終わらない夏” ～最後の大会に向けて～

スコアブックデータは、大会の進捗状況を把握するための重要なツールです。ここでは、大会の進捗状況を把握するためのスコアブックデータを紹介します。

スコアブックデータは、大会の進捗状況を把握するための重要なツールです。ここでは、大会の進捗状況を把握するためのスコアブックデータを紹介します。

統計 de サッカー-J1 vs M1

結果 I
 グラフは以下の通りになった。相関係数は非常に高かった。

結果 II
 グラフは以下の通りになった。相関係数は非常に高かった。

結果 III
 グラフは以下の通りになった。相関係数は非常に高かった。

結果 IV
 グラフは以下の通りになった。相関係数は非常に高かった。

統計 de サッカー-J1 vs M1

結果 I
 グラフは以下の通りになった。相関係数は非常に高かった。

結果 II
 グラフは以下の通りになった。相関係数は非常に高かった。

結果 III
 グラフは以下の通りになった。相関係数は非常に高かった。

結果 IV
 グラフは以下の通りになった。相関係数は非常に高かった。

学部レベル 統計科学(データサイエンス) ASA2014

コアスキル

- ① 統計手法の理論
- ② データハンドリング・データマネジメント
- ③ コンピュータアナリティクス技術
- ④ 数学基礎
- ⑤ 統計分析の実践・演習

ポイント

- ① データサイエンスの要素の拡大
Rなどの統計ソフトスキル、データハンドリングスキル、データベースやプログラムスキル、問題解決スキル
- ② 現実の複雑なデータを扱う経験、データ取得デザイン
- ③ 予測モデル・要因分析デザイン・交絡・バイアス
- ④ 統計コンサルティング・ビジュアライゼーション

統計教育で育むべき資質と能力

- (ア) 統計を使ったコミュニケーション力を鍛える教育
- (イ) 身の回りの統計情報とその活用場面への興味喚起を促す教育
- (ウ) 不確実性と意思決定、リスクとその評価に対する教育
- (エ) 統計的問題解決のプロセスを理解し活用力を育成する教育
- (オ) ビッグデータとデータサイエンス教育の必要性

50

科学的探究・問題解決・意思決定のプロセスの理解と経験を通して育成する 数学的思考および統計的思考の力

渡辺美智子（慶應義塾大学大学院健康マネジメント研究科）

はじめに

本格的な知識基盤社会を迎え、新しいアイデア・知識・ビジネスプラン・情報・技術などへの創造力を有した人材の育成は、先進各国において、経済発展と密接にかかわる最重要課題として認識されている。そのため、既に1990年代より、21世紀型のワークフォースを見据えた教育改革が各国で活発に行われている。とくに欧米では、科学技術推進のエンジンとして、科学教育と数学教育の改革に力を入れているが、そこでは、生徒に体系的な知識を教えるInput型の教育から生徒自らが何かを考え出すOutput型の教育、いわゆる生徒の探究力育成を重視する教育へと軸足を移している。なかでも、ICT化の進歩がもたらした計測技術の発展で、ゲノムデータや気象衛星データ、金融時系列データ、センサー・画像データなど大規模な電子データ（ビッグデータ）が遍在する現在、データからの知識発見は科学技術推進と産業発展におけるイノベーションとも直結することから、データに基づく探究力と問題解決力、それを踏まえた意思決定力に至る数学的思考と統計的思考力の育成は、科学教育・数理科学教育の双方で重要な位置付けとなっている。また最近では、グローバル化の進展の中で、世界各国でグローバルリーダーシップ教育の体系化と実践に関心が高まっているが、その基点には、科学的根拠に基づくトップリーダーの意思決定力；Data Based Decision Making(DBDM)育成があり、デミング型の科学的問題解決のサイクルを教育モデルに採用している。このDBDMも極々最近では、Data Driven Decision Making(DDDM)に概念を進化させ、更にトップの意思決定にデータ駆動力を求める教育体系の構築を進めている。国民全体に、データを活用して科学的にモノゴトを判断する能力とそれに基づく行動力を育成しようとしているのである。

科学的探究能力の育成が重視された転換点は、アメリカの科学教育スタンダード(NSES, 1996)である。この中で、物理、地学、生命科学、科学技術の社会への応用等の領域に加えて、科学的探究(Scientific Inquiry)領域が独立に設けられているが、1996年版とそれ以前のスタンダードとの違いとして強調されたのは、「既存の科学的知識の習得を薄くし、科学の本性(Nature of Science)の理解と探究能力の開発により重点を置くこと」である。科学的探究領域では、身近な諸現象に対する科学的な接し方、記述や説明などの科学的表現力、データや考えをまとめるための統計的処理の概念やスキルを早期より学年を追って体系的に教育される枠組みを具体的に明記している。イギリスにおいても、同様の内容を扱う科学的探究の領域は、科学のナショナルカリキュラムの中に設けられており、やはり小学校から高校まで毎学年でその教えるべき統計的内容が体系化されている。

数学教育との関連でも、イギリスのMathematical Sciences Education Board(1990)、アメリカのNational Council of Teachers of Mathematics (1989, 2000)、OECDの生徒の学習到達度調査(PISA, 2003)などで、統計と確率、不確実性の数理の領域は従来に比べ相当重要な位置を与えられるべきであると勧告されている。さらに、統計教育方法論に関する改革レポート(Cobb, 1992)が公表されて以降、統計教育も、単に統計や確率の知識を教えるだけではなく、統計を実際の文脈に沿って活用する力、いわゆる統計的思考力の育成により重点を置くことが世界の主流となっている。つまり、数学における統計教育においても、科学的探究の枠組みを意識させ、自身の問題解決と意思決定に至る統計的思考力の涵養を図ることが求められている。この際、不確実性を伴う現実の問題をデータのばらつき（分布）で表現し、確率モデルに基づいて推論(予測)する統計的探究の概念は、一般に理論だけで学ぶことは困難である。そのため、早期からの身近な実際のデータを使った認知的かつ経験的訓練を繰り返す方式が推奨されている。具体的には、学校教育の早い段階から身の回りのデータに親しみ、データの収集と分析、結果の解釈と議論という統計的問題解決の一連のプロセスを繰り返し経験させることで、将来に渡り日常の課題や問題に統計リテラシーの素養を結び付けることができると考えられている。

科学と科学的探究のプロセスとは？

科学の創造において、それが現象間の因果仮説の発見であったり、検証であったりする場合は多い。ノーベル物理学者湯川秀樹博士の言葉に、「創造とは模倣である。ただし、それは結果の模倣ではなく プロセスの模倣である。」とあるが、科学的探究の枠組みとは、科学を創造するプロセスを、科学の本性として共通理解することから始まる。図1は、2002年の国際科学教育教師会議で示された科学的探究のプロセスの概念図である(Harrwood & Phillipson(2002))

この中で、科学的探究のプロセスは以下のステップで示されている。

- ① 身の回りの現象を注意深く観察する。
- ② 現象に対する疑問や問題を見つけ、明確にする。
- ③ 問題点を具体化する。
- ④ 関係する既存の知識を洗い出す。
- ⑤ 仮説を明確にする。
- ⑥ 仮説検証のための観察・調査・実験等の研究を行う。
- ⑦ 結果を解釈する。
- ⑧ 結果を研究成果に反映させる。
- ⑨ 成果を社会と組織に向けて公表し議論する。

このような科学探究プロセスの理解と探究する態度の育成は、学校教育における科学・理科教育の潮流の一つとなっており、海外の理科の教科書には独立してまとめて記述されている内容である。例えば、ドイツの Klett 社の教科書には、

「自然科学的方法」というタイトルで、次のように探究プロセスが説明されている。

- ① 私たちは私たちの環境を観察し、現象の原因について疑問をもつ。
- ② 私たちは現象の説明を探し求める。
- ③ 私たちは現象の間に特定の連関を予想する。
- ④ 私たちはその予想を実験で確かめる。
- ⑤ 実験が私たちの予想を立証しなければ、私たちは新たに観察し考えなければならない。実験が私たちの予想を立証すれば、私たちはその予想を法則性で見なすことができる。

上記の科学的探究のプロセスでは、先ず疑問や問題点を「仮説」として具体的に記述することが肝要であるが、その仮説とは、「データ間の因果をつなぐ論理」または「現象間の連関を予想」とあるように、因果に関する仮説と理解する必要がある。

科学の文法としての統計の役割

科学とは、対象が科学的か否かではなく、前節で示したような科学的に妥当なプロセスおよび方法によって得られる知識体系のことである (Pearson(1892))。そして、上記の科学的探究のプロセスの枠組みの中で、研究対象とする現象の生起パターンの発見および現象間の因果仮説の検証、および現象の予測と制御に、データに基づく帰納的推論の方式を提供しているのが統計科学の領域である。統計科学はもともと、「科学の文法 (Grammar of Science)」として体系化された方法論の集積で、自然、社会、経済、人間行動のあらゆる研究課題に対して、データに基づく科学的探究のプロセスを提供し、計量経済学、計量生物学、計量心理学、計量ファイナンス、計量文献学、計量政治学、環境計量学、宇宙計量学など、今日の“計量”を冠する多くの研究領域の基本ツールとなってきた。即ち、旧来の固定観念では科学 (サイエンス) とは言われていなかった領域も、そこで導き出される法則が適切な科学的探究プロセスを通してデータから実証されたものであるとき、それは科学的、計量的という一つの領域となる。また、ビッグデータ時代が本格化した現在、統計科学の手法は、経営・医療・教育・教育

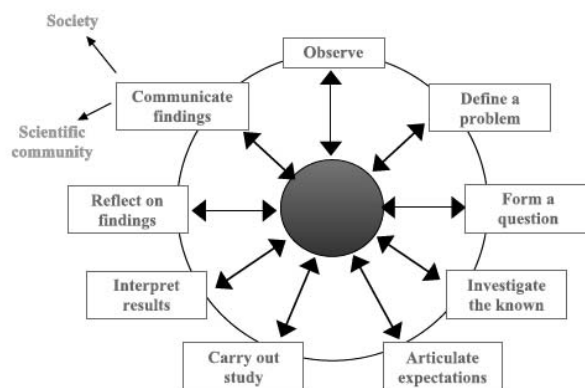


図1 科学的探究のプロセス

等のソーシャルサービス全般のイノベーションにも繋がる必須のツールとして、情報技術とともに注目を集め、同時に、データサイエンス教育の体系化とデータサイエンティスト・プロフェッショナル育成の制度化も各国で進められている。

科学的探究から統計的問題解決へ

ここで、“問題”＝“望んでいる状態と現状との乖離”を指す。乖離が大きい程、深刻度が増す。乖離を小さく少しでも望む状態に近づけることを問題解決と言う。問題をデータで解くためには、問題を評価する具体的な指標(ターゲットとなる変数、アウトカムまたは Key Performance Index)を決める必要がある。問題解決の肝は原因分析にあると言われるように、科学的探究での因果仮説において、結果に当たる現象が評価指標に当たる場合を科学的問題解決と言ったり統計的問題解決と言ったりしている。品質管理活動では、カイゼンを恒常的に図っていくための PDCA サイクル； Plan (課題設定と計画、評価指標の絞込み)、 Do (実践、評価指標に関するデータ収集)、 Check (データ分析)、 Action (結果に基づくアクションと新課題への更新) をまわし、問題解決を実行する。課題に対して、明確な評価指標 KPI を設定し、KPI の変動を制御する要因(原因)の探索を通して効果的な介入策を決定し、効果を統計的に確認した上で標準化するプロセスである。PDCA サイクルは、KAIZEN の用語とともに国際的に広まり、PDCA を再構成し、因果分析のための要因分析の方法を明示した“シックスシグマ”がひろく世界に展開されている。シックスシグマは、DMAIC のサイクル； Define the problem (問題の評価指標の策定) → Measure the process (評価指標とそのプロセス要因の測定) → Analysis the process (評価指標とプロセス要因間の関連性の分析) → Improve the process (プロセスの改善) → Control the process (プロセスの管理) で定義される。

海外が実践する問題解決型の統計教育では、問題解決のプロセスの全体像を理解させ、それぞれのステップで必要となる統計グラフや統計量、その活用の仕方を具体的な文脈の下で学習する方法を取っている。例えば、カナダ、オーストラリア、ニュージーランドなどでは、DMAIC のサイクルを分かり易く PPDAC : Problem(問題)→Plan(計画)→Data(データ)→Analysis(分析)→Conclusion(結論)としたサイクル、イギリスでは、Problem Solving Approach として、Plan(計画)→Collect(データ収集)→Process(データ処理)→Discuss(議論)が学校教育で採用されている。また、アメリカでは、米国統計学会が Statistical Problem Solving Process として、問題の定式化(Question formulation) →データ収集のデザインと実行(Data collection design and implementation)→データ分析(Data analysis)→解釈(Interpretation)の4ステップのサイクルが米国統計学会の統計教育指導ガイドラインに明示されている。日本でも全国統計教育研究協議会が、統計的探究プロセスとして、とらえる→あつめる→まとめる→よみとる→いかすが示されている。

グローバル化社会における日本の算数・数学教育への提言に向けて

『第22期日本学術会議数理科学委員会数学教育分科会記録』

第2章：初等・中等教育段階の算数・数学科カリキュラム (1) 算数・数学科における統計内容の充実 から』

標記は、第22期日本学術会議数理科学委員会数学教育分科会が次期に審議を引き継ぐため今期の審議結果の取りまとめを「記録」として公開したものである。数学教育分科会では、統計内容に焦点化し、初等教育段階のカリキュラムについては、知識技能の習得だけでなく問題解決力の充実を目指すなどの活発な意見交換がなされている。本記録の第1章：グローバル化社会における算数・数学の学びの構築では、第1節：算数・数学の学びの再検討として、「日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会が2013年に出した『報告 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準 数理科学分野』において、これまでの大学の数学は純粋数学に偏りがちであったとし、数学と実世界の関係を見直し、数学に加え、統計学、応用数理をも含めて「数理科学」としている。」ことを受け、「算数・数学のカリキュラムを考える上では、算数・数学と実世界とのつながりを正当に扱う。」、第2節：今後の算数・数学教育の目標では、イギリスが『National Curriculum』1989年に「数学応用」を内容領域とし、問題解決、コミュニケーション、数学的推論の3つを内容項目としたこと、アメリカの数学教師協議会による2000年のスタンダードでも、「プロセス基準」が挙げられ、問題解決、

推論と証明、コミュニケーション、つながり、表現の項目で構成されていることを示し、日本においても「将来の社会像を念頭に置いて、数学だけでなく統計学と応用数理を含めた数理科学の全体像を考え、とりわけ、算数・数学と実世界のつながり」を視野に入れて、現在の算数数学教育の内容を再検討するとともに、そのような内容の学習を通して、どのような能力が身についていくのかを明示していく必要がある。」と述べられている。

そこで、『第2章：初等・中等教育段階の算数・数学カリキュラム、(1)算数・数学科における統計内容の充実』では、算数・数学科における統計内容の教育を通して育むべき生徒の資質と能力を以下のようにまとめている。

世界の統計教育は、1992年の米国数学協会(MAA)によるカリキュラムアクションプロジェクト(Cobb, 1992)で、統計量の計算やグラフ作成の方法を教授し、単純に知識を蓄積させる教育から、統計的探究のプロセスと概念を理解し、身の回りの仕事や研究の問題解決に統計データを活用する力を育成する教育へと転換する方向性が示された。この方向性を踏まえた上で、改めて21世紀、社会の不確実性が増大し見做すべきモデルや最適解が何かわからない時代に、統計教育で育むべき資質や能力と必要な指導の観点を以下にまとめられる。

ア 統計を使ったコミュニケーション力を鍛える

算数数学教育の中では、ただコミュニケーションすることに比べて、数を使ってコミュニケーションする方が客観性や論理性が増しより説得力がある会話ができることを児童・生徒に理解させ、そのような意識付けと経験の場を用意していることと思われる。これは統計教育でも同様で、個別の特性を表す唯の数値から一步進んで、統計数値を使っのコミュニケーションの大切さを理解させるとともに、その訓練の機会を意図的に設ける必要がある。統計への理解が進むほど、会話の内容が、個別のことから集団レベルの傾向、それを根拠に、個別の状況を再考察する力や予測力が向上していくのである。統計数値は直接、計測等で得られるものではなく、集団の傾向を見るために意図的・計画的にデータを収集し、集計・分析した結果として求められたものである。集計・分析の段階だけではなく、データ収集の設計の段階から、無作為化という高度な確率の概念を含む数学が使用されている。基礎リテラシーがなければ、その内容を批判的に理解もできなければ会話にも付いていけない。海外諸国が統計教育を年々強化している現状では、グローバルコミュニケーションのツールとして、統計教育の充実が図られる必要がある。英語教育だけではグローバル化には対応できない。

イ 身の回りの統計情報とその活用場面への興味喚起を促す

統計が活用されている身近な事例・社会的事例・自然科学的事例(野球の打率、内閣の支持率、性別・年齢別人口構成、学校・病院の数、降水確率、災害確率、疾病原因別死亡率、自動車事故率、百貨店売上高など)を発達段階に応じて適時、文脈を個人の身の回りから家族、学校、地域、国、地球、自然など、徐々に視線を広く高くしながら与え、興味喚起を促す必要がある。これは算数・数学以外の他科目や総合的な科目領域にまたがる内容ではあるが、だからこそ、算数数学教育の中で、共通する「統計」という概念(集団レベルの傾向を表す数値であること)およびその作成には、数学的な処理がプロセスとして施されていること、解釈には数学的仮定や前提の妥当性を踏まえないといけないことを具体的な事例とともに、しっかり教える必要がある。個別教科の中でのみ、そこに関連する統計数値を教えても、転用可能な知識や批判し創造する力とはならないからである。

ウ 不確実性と意思決定、リスクとその評価に対する教育

現実の意思決定は常に不確実性を伴う。不確実性に対処するための数学的な道具としての統計の役割を理解させることが大切である。同時に、統計は集団を形成する個々の要素を100%記述するものではないため、統計に基づく意思決定にはリスクを伴うこと、リスクは数学的に評価すべきものであることを理解させる必要がある。このためには、確率と確率分布への概念理解およびそれに繋がる「資料の活用」段階での経験分布(ヒストグラム)の指導が基礎となる。具体的に、相対度数や累積相対度数と統計的確率、ヒストグラムの形状と確率密度関数とを理解の段階に応じて関連付ける指導が必要となってくる。

エ 統計的問題解決のプロセスを理解させその活用力を育成する

統計教育が海外で拡充された背景は、統計的な問題解決の有用性が産業界や社会でひろく認識されたからである。これは、医療、経営、行政、教育等、あらゆる領域における質保証のための世界共通のマネジメント方式として定着している。統計的問題解決のサイクルは、主に日本企業で採用されているPlan-Do-Check-ActのPDCA

サイクル、欧米企業が採用する Define-Measure-Analysis-Improve- Control の DMAIC（シックスシグマ）サイクル、カナダ・アメリカ・ニュージーランドの学校教育で指導される Problem-Plan-Data-Analysis-Conclusion の PPDAC サイクル、イギリスのナショナルガイドラインにおける Plan-Collect-Process-Discuss の Problem Solving Approach サイクルなどがあるが、いずれも課題（あるべき姿と現実とのギャップ）を指標（アウトカム）で捉え、その変動の要因を特定し、因果ルールの考察・発見に基づいて介入策を定め、その介入策の効果を確認した上で現状の問題の改善や解決を図る方式である。この問題解決の枠組みは、統計的な分析が適切であれば、つまり、グループ間の比較分析や相関分析・要因分析・因果分析などが適切であれば、アウトカムの改善に効果を発揮する。そのため、問題解決型の統計教育では、全体の問題解決の枠組みを先に学び、どの場面でのどの統計量やグラフ・分析手法を用いればよいのか、その対応付けと系統付けを目的的に学習する。個々の統計手法の学習も必要ではあるが、最初に決める指標が改善の方向性を決めるという枠組み自身の特徴や限界も同時に理解できるようにしておかなければならない。指標や指標を定める数式は与えられるものではなく、個別具体的な領域毎のその時代認識に即した品質という概念に沿って創り上げるもので、一意に定まるものではないことを十分に教育しておかないと、統計的マネジメント方式を志向しそのための教育を標準化しているグローバル社会で議論もできないし、生き残れない。

オ ビッグデータとデータサイエンス教育の必要性

上記の問題解決の肝は原因分析なので、その成否はアウトカムに影響を与える要因をいかに多く過去に遡ってデータとして取り込めるかにかかってくる。ビッグデータは、データの数が増えているだけではなく、1つのデータに対してその背景の履歴データもかなり深い次元まで取られていて、データ行列自身のサイズが横にも縦にも大きくなっている現象である。高次元のデータ処理の方法とコンピュータ処理のスキルも必要であるが、統計的問題解決の枠組み（ストーリーの立て方）を理解していないと分析のための仮説をたてることができない。学校教育のなかでの問題解決型の統計学習は、ビッグデータ時代を支える重要な位置付けとなってきた。

次期の学習指導要領の改訂に向けて

現行の学習指導要領では、活用が目的化され、実データに基づく分析が奨励されており、量的データの記述的側面に関しては系統的に分析するスキルが配置されている。その一方で、現実社会は製造業から金融・サービス業に比重がシフトし、データもモノの特性値を計測する量的データだけでなく、アンケート調査を中心にヒトの気持ちを測る質的データや金融・経済活動の推移を計測する時系列データに比重がシフトし、そのための分析スキルが社会で要求されている。新聞紙上をみても、この種の統計情報の方が圧倒的に多い。また、大学・大学院等の研究内容もこのタイプのデータに基づく実証研究が重要視される学部・学科も少なくない。しかし、現行の学習指導要領ではこのための基礎的な内容が全くと言っていいほど扱われておらず、海外のカリキュラム内容との乖離も大きい。緊急に改訂時に補強すべきと思われる。

不確実性の数理やリスクリテラシーの観点の基礎教育のためには、推測統計の概念理解として、確率に対する感覚を身につける教育と標本誤差の概念理解も必要となる。確率に対する感覚においては、起こる可能性があるかないかだけでなく、どの程度の起りやすさなのかを感覚的に身につけるとともに、その数量的評価として確率と結びつけることが大切である。米国の数学コアカリキュラムでは、中学段階の標本調査単元で、インフォーマルインファレンスの指導事項として、標本誤差に基づいて2標本の比率や平均の比較を考察することが含まれている。日本の資料の活用領域でも、標本調査が取り扱われているが、標本誤差の素地指導としては数学的内容が薄い。ランダムネス、乱数、標本変動、標本誤差などを高度な数学的厳密性にこだわらず、シミュレーション等を活用して概念そのものを学ぶ必要がある。次期改訂に際して、内容に関する更なる検討および十分な時間数の確保が期待される。

データサイエンス力の高い社会人と市民の育成

学習指導要領においては、理数教育の強化に伴い、算数・数学科における統計領域が約30年振りに拡充され、現在、小中高のすべての校種で指導要領に沿った統計の授業実践が行われているところである。しかし、統計教育に関する日本および国際社会の動向をみると、冒頭でも述べた『ビッグデータ』の社会的需要を背景に更に大

きな展開を見せている。

政府は、2013年6月14日に、「世界最先端IT国家創造宣言」を閣議決定し、その中で、「民間や政府・公共機関が保有する多岐にわたる膨大なデータは、全く新しい知の源泉であり、経営資源である。デジタル化されたデータの利活用を通じ、新産業・新サービスを創出するとともに、既存産業及び事業並びに地域の活性化を行っていくことが、成長の実現に不可欠である。また、データの公開と利活用を可能とする環境の構築は、グローバル社会の一員としてプレゼンスを確立する我が国の使命である。」と述べ、その基盤として、人材育成と教育の重要性を指摘している。これを受け文部科学省は2013年から2021年にかけて、ビッグデータ・オープンデータ利活用人材（データサイエンティスト等）の育成を工程表に掲げている。また、総務省の第Ⅱ期基本計画（2014年3月閣議決定）においても、統計教育の拡充の今日的重要性に鑑み、各府省に対して、地方公共団体の協力も得て、小中学校・高校を対象に統計データを用いた実践的授業の推進を図り、教員研修の拡充や教育関係者のニーズに応じた研修内容の充実等の取り組みを進めることを求めている。

海外では1990年代からデータに基づく問題解決力育成に向け統計教育改革を始めた国々が、これまでも数期の改革を通して学校教育における統計内容の拡充を続けている。とくに米国で2011年に発表された全米共通コアカリキュラム（数学科）では更に大幅に統計内容が拡充され、現在高校で実施されているAdvanced Placementの統計内容および大学の初等統計学相当の内容が、第6学年から12学年にかけて含まれ、その達成度評価の準備も進んでいる。同時に、2012年3月29日のオバマ政権による「ビッグデータ研究・発展イニシアティブ」によってもデータサイエンス・統計教育分野の人材育成と教育の推進が行われ、大学・大学院等の高等教育と同様に高校でも「データサイエンス」の新コース展開が高大連携によって始まっている。

ビッグデータを一部ではIT領域のバズワードと捉えている節も日本ではあるが、米国のビッグデータ研究・発展イニシアティブの中では、ビッグデータはこれからインターネットと同規模の社会変革をもたらすほどの重要性で位置付けられており、単なる一過性の現象と考えるべきではない。また、これをビッグデータを活用する一部の専門職能（データサイエンティスト）の需要とみるのではなく、データのサイズや適用する問題の規模が必ずしもビッグではなくても、データリテラシーを含むデータ活用（データサイエンス）の能力自身がひろく一般の国民に涵養されるべき基礎能力になったと考えるべきである。そのため、国民のデータ活用能力のレベルを引き上げ、グローバル社会における合理的な意思決定力の向上に向けた教育行政の舵取りを戦略的に進め、教育の力で社会全体をより良い方向へ変えていく必要がある。理科に関しては、海外が重点を置く科学的探究領域が未だ設けられていないことは科学技術教育推進の視点からだけではなく、グローバルリーダーシップ教育の視点からも大きな課題である。持続可能な社会を目指して国際的に、データサイエンス教育・統計科学教育が推進される中で、日本の学校教育の中でもデータサイエンス教育・統計科学教育の体系化を通して、データサイエンス力の高い以下のような社会人と市民の育成が期待される：

I. 賢い統計情報の消費者

食品・医療・保険・金融、消費、職業など、メディアに日常的に表出する統計情報を適切に読み取り、情報力のある判断ができる市民、かつ、より豊かで健康な暮らしを実現するため、身の回りの不確実性を伴うリスクに対し、個人で責任あるリスク管理ができる市民

II. 統計に基づく政府行政施策を正しく理解し、責任ある政治参加ができる市民

III. ビジネスにおける合理的な意思決定をリードする職業人

ビジネスの基本である現状を測る、達成可能な将来目標を予測する、目標に向かって所与の評価関数を制御し得る人材

IV. イノベーションの種を発見できる自然および社会科学に従事する研究者・技術者・実務家

不確実性の数理的モデリング、発見科学としての統計科学の文法を理解する専門家

*本稿は、渡辺美智子(2007):「知識創造社会を支える統計的思考力の育成—アクションに繋げる統計教育への転換—」, 日本数学教育学会誌, 第89巻第7号(寄稿) 29-38, 同(2011):「科学的探究・問題解決・意思決定のプロセスを通して育成する統計的思考力」, 科学教育研究, Vol. 35 No. 2(寄稿), 11-23, 同(2013):「不確実性の数理と統計的問題解決力の育成—次期学習指導要領の改訂に向けて—」, 日本数学教育学会誌第96巻第1号, 33-37を基に、編集・加筆したものである。

報告 3 教育学教育の課題 -エビデンスを支える教育測定学から-

東北大学 大学院教育学研究科
教授 柴山 直

浪川幸彦教授 (司会) :

報告 3 といたしまして、東北大学の教育学研究科の教授でいらっしゃる柴山先生よろしくお願いいたします。

柴山直教授 :

柴山です。よろしくお願いいたします。私は「教育学教育の課題 -エビデンスを支える教育測定学から-」ということで、お話させていただきます。最初に教育測定学という分野ですが、ここにございますように、「広義の教育をフィールドに」、「学力、知的能力、適性、パーソナリティ等の心理学的特性を」、「統計学的モデルを通して」、「数値化し、それらを通して」、「教育のエビデンスとすることを目指す研究分野」というふうに言うことができるかと思います。別の言い方として、心理測定学とか精神測定学、計量心理学とも呼ばれます。それぞれ重なり合っても少しずつ違いますが、大体同じような方向性を持っている分野です。それから、扱っている測定の技術体系を持ってきてテスト理論と言ったりします。

ちなみに、サイコメトリクスという言葉を使って、海外では私のような専門をやっている人間をサイコメトリシャンというふうにも呼んでおります。少し古いデータになりますが、例えばアメリカではサイコメトリシャンという人たちは、Ph. D.として年間だいたい 200 名ほどが養成されています。ところが、我が国では何年かに何名かというようにたいへん少なく、先ほど渡辺先生のお話にあったのと全く同じ現象、需要に供給が追いついていない問題が、ここでも起こっております。



それで、教育と言いましても幅広くて、私自身も教育学研究科に所属していて、教育学ってなんだっていうふうに言われていつも困り、私も分からないという感じではありますが、教育測定学から、実際に私が関わってきた研究、調査等々でどういうふうな課題があるのかを三つにまとめました。一番としては基礎素養としての初等統計の必要性。これは具体的な事象を通して、その知識が生かせるようになっていないといけないなというのを感じております。それから 2 番目が、教育学的な論争を聞いていると個人スコアで言っているのか、集団スコアで言っているのか、いつもそこが混乱してしまっているということですね。その視点の切り分けが重要かと思います。それから 3 番目。これは人間相手の分野ですから、どうしてもデータを作り出してこないといけない。作り出すとはいっても当然ねつ造では無くて、ちゃんとモデルを立てて、見えないものを数値化していく。そういうデータ産出原理と言いますか、その辺りが分かっていないとやっぱりその議論が混乱するところだなというふうに考えております。

まず課題 1 ですが、初等統計の知識の必要性ということで、単純な度数分布と累積分布をお見せしております。先ほど長崎先生のご発表で扱われた時代、私自身は新潟大学におりまして、新潟大学の図書館の書庫に潜り込んで、昭和 33 年検定、昭和 38 年発行の、その時代を感じさせる「新しい算数」という教科書を探し出してきて、全ページ数を数えました。大体、私ぐらいの世代が小学生の頃使った教科書です。それからずっと下の世代の教科書、今の大学生たちが学んだ教科書ですね。「みんなでまなぶ算数」。今のアクティブラーニングとか、協同学習などにつながるようなタイトルになっています。左側が度数分布ですが、下の新しい教科書は本当に平板に、淡々とした累積カーブが描かれています。まあページ数しか見ていないので、それ以外の情報は無視していますのでそこはお気をつけ下さい。それに対して古い方の教科書は小学校 4 年生のところがぐっと上がっています。累積分布で見て行きますと、これは自然現象によくある発達曲線ですね。キュッと立ち上がっている部分があります。その部分が 4 年生。ここから先は私のトンデモ理論ですが、発達心理学をやっている人間から見ますと、大体小学校 4 年生の頃というのは少年少女期の完成期と言われています。その後、いわゆる思春期に入っていくって、心も体も色々変化が起こってきて不安定になっていく時期。その直前の最も安定している時期に、古い教科書はものすごく知的な圧力をかけているな、ということが読み取れます。実際に検証したわけではありませんが、単純にこういうふうな度数分布を作るだけで、色んなことが考えられるということですね。

それから、よく世の中で話題になる平均です。これも新潟県の平成 16 年度、18 年度の全県学力調査から取ってきたものです。生徒得点の分布を見ますと、上の得点の方に偏っていて、すそが左に重いというような分布になっていま

す。よく学力調査の得点は正規分布になるといいますが、それは正確ではありません。テストの作り方によって如何様にもなります。まずそれが、生徒の得点ですね。次に学級平均を取りますと、これは正規分布に近づいて行きます。そして、学校平均を取るとさらに近づいている。全国学力調査のような都道府県単位の平均だと、これがもうさらに切り立つというのは何となく予想できます。そこがわかると、マスコミ等で賑わせている平均点の差って一体何なんだということになってきます。

これはまた別のデータですが、学校平均の変動性というのを見たものです。横軸が、いわば生徒数の平均。それから縦軸が学校平均の変動です。これも、数学の先生がいらっしやると怒られるかもしれませんが、中心極限定理と関連のある現象で、人数が少ないところでやっぱり動きやすい。多くなっていくと小さくなっていく。世の中で効果のある教育方法だというので有名な、名前をあげると悪いのですが、100 マス計算。ああいうふうな効果のあるといわれる教授方法というのは、大体見ていると、だいたいこの辺の小さな規模の学校で効果があったというふうなことになることが多いようです。それを、大きな学校に持っていくと、当然平均はあまり動かないんですね。これはそういうもので、数学的にいわば証明されているような現象でして、教育の効果というのを考える時に、当たり前ですがサンプルサイズが非常に重要になってくるのだと思います。

これも後でまたもう一度お話しますが、東日本大震災の宮城県における学力の影響というのを調べた、文科省からの委託研究という形で調べた研究ですが、赤が津波被害を受けた学校です。どうしても、津波被害を受けた学校といえますのは沿岸部にあって、規模も小さい。そのところの影響を見ようと思うと、あまりその人数の小さい学校で見ても、それはかなり個

別ケースの話になってくるし、逆にそのサンプルサイズがすごく大きなところもないというので、じゃあどういふような学校規模のところに聞き取り調査に行けばいいのか、などという時の判断材料にしたスライドです。

それから話が変わって、相関係数ですね。これも生態学的誤謬の問題ということで、ロビンソンという人が 1960 年代に数学的に証明されているのですが、その集団統計量で相関図を描くと、相関がものすごく高く出る。個々のスコアで見えていくとそうでもないということで、例えば大きい方のグラフは、民主党の議員さんのホームページから取ってきたものですが、就学援助率。要するに経済的に恵まれないご家庭の多い地区とそうでない地区、それから学力検査の平均点を見ると、マイナス 0.88。ほとんどマイナス 0.9 ということで、直線です。これは、政策判断として、平均的に見て貧しいご家庭のところになるべくケアをしていこうというふうな、その政策判断は間違いではないですけれども、これを個々の子ども達に当てはめて考えると、じゃあ経済的に苦しいところのご家庭のお子さんは学力が低いのかという一概にそうでないですね。個別スコアでみるのと集団スコアで見るのとではそれくらい判断が違います。

それからもう一つ、相関ケースの選抜効果と呼ばれるものです。左の図が、これは日本物理学会に掲載されていたデータです。医学部のセンター科目の平均と、それから医学部に入学した後の成績の相関を取ったものです。そういたしますと、英語、国語、社会というのは相関がプラスで、数学、理科以下は、マイナスかほとんどゼロの相関になっています。特に数学なんかはマイナス 0.268 ということで、じゃあ、その医学部の入試に数学や理科はいらない、国語だけで判断すればいいみたいになると、これはかなりへんな話だというのはすぐに分かるわ

けです。

実は、この間違っただ判断は、私自身関わっております法科大学院の適性試験の方でもございます。各法科大学院の先生方がご自身の法科大学院での成績と、適性試験との相関を取って相関がない、したがって適性試験は役に立たないというふうな批判をされることがあります。その主張は、ここに書いてありますように選抜効果で説明できるわけです。相関が全体としてはあるのに、切り取ると相関が 0 になったり、場合によってはマイナスになったりします。

実際にそれを反証するデータとして出したのがこちらになります。司法試験合格者の事後的なチェックですけれども、合格者の適性試験のスコアと、そうではない合格者の適性試験のスコアを、年度間でプロットしたものです。そういたしますと、先ほどの中心極限定理からお判りになるように、平均点の差、5 点というのはかなり大きな差でして、もうほとんど別グループだというふうに考えてもいいぐらいのデータだということになります。したがって、全体を見た時に、適性試験と言うのはちゃんと予測的な妥当性を持っているのですよということを分析結果としてお見せしました。それから、もう一つ別の角度ですけれども、確か 3 回司法試験を受けることができる、今はちょっと制度が変わったみたいですが、それを見て行くと、適性試験受験から、司法試験合格までの年数が長いほど適性試験の偏差値平均が下がる傾向があるというふうなことも、きちんとデータでお見せすることができます。

次に課題 2、集団スコアか個人スコアかという問題ですが、これもずいぶん古い研究ですが、語彙理解力の発達に関する追跡的研究ということで、1976 年から 85 年の、9 年間の杉並区公立小学校、中学校の 145 名を追いました。最初はもっと人数はあったのですが、当然コホー

トでどんどん落ちて行くということになります。9年間追いつけないといけませんので、9年間の比較ができるように、今ようやくIRT、項目反応理論というのが世の中でだいぶ認知されるようになってきましたが、その項目反応理論というのをを使って、この9年間のデータを一つの尺度上で追えるようにしました。その結果、これは箱ひげ図ですが、出てきたのがこのグラフです。面白いのが、中央値を追っていくと、この中学校2年生と、中学校3年生のところで、きゅっとあがっている部分です。これは入学試験の影響ということで、大学入試の影響は大きいと渡辺先生がおっしゃられましたけれども、入学試験というのは受験生にとっては確かに嫌なものではありますけれど、こういうふうに全体で見ると語彙理解力をあげている効果があるのではないかというふうにも言えるわけです。ところがこれを、発達の個人差ということで、個人の発達曲線を描いていくと、ずっと高い子もいれば、低い子もいる。途中からすごく伸びている子もいれば、そうでない子もいる。様々です。当たり前ですけども、このように、議論する際にどちらの種類のスコアに基づいて議論しているのかというのが忘れられがちだということですね。

それからもう一つの例が大学入試データから見た学力構造ということで、これは右、こちら側の図がいわゆる因子分析モデルというのを使った初期解とよばれるものです。相関係数行列の固有値分解から導いてくるものですが、少し軸を回転してやりますと、当然平面ですから、軸をどうおいてもいいわけで、例えばこの方向で見ますと、こちらがいわゆる文系学力、理系学力、あるいは水平方向で見れば、総合的な学力みたいなそういう見方もできます。同じものでも色んな見方ができる一例です。

もう一つ、似たようなデータですが、企業人のための基礎能力検査です。こちら側、右側は

先ほどの大学入試データです。やはり似たような構造を持っているのがおわかりいただけるかと思います。人間の、まあテストの作りがそうになっているからとも言えますが、人間の能力というのはマクロな目でいろいろ見ていくと、言語的な能力と数学的論理的な能力という、大体二つの軸で説明できることが多いといわれています。

そういたしますと、今の高大接続システム会議なんかで議論になっている思考力、判断力、分析力でしたか、表現力でしたか、そういった能力も実は言葉が違うだけで、こちらの大学入試データですでに測ることができるのではないかというような見方もできるというわけですね。どちらもやっぱり同じ方向を全体として見えています。これは、因子分析モデルの最初のモデルを考えたスピアマンという人がすでに1904年に、g-ファクターと名づけておりまして、人間にはそういう一般知能のようなものがあるのだということを主張しています。実際に2000年に、アメリカのサイエンスに、人間の脳にそういう部位があるという話が出て、一時ニュースになったこともございます。今ではそのジェネラル・インテリジェンスということで、AIの方なんかにもこの考え方はつながっているようです。

最後、課題3になります。データ産出原理の理解なわけですけども、パーソナリティとかIQとか適性とか学力、あるいは短期記憶、短期記憶貯蔵庫、長期記憶、長期記憶貯蔵庫、スキームや認知のプロセスモデル等々、さらにはフロイトのリビドーなどというのは一般に心理学的構成概念とよばれるものです。たとえば、最初にフロイトの精神分析論を読んだ時に、リビドーというのは一体何を言っているのか、私、全然分からなかったのですが、要するに彼は、彼と言うと何かおこがましいですが、リビドーという概念を導入することで、神経症のプロセ

スを説明していったわけですね。そのことによって原因がどこにあって、どういうふうになれば神経症を治せるかというふうな医療モデルを立てたわけです。もっと卑近なところと言えば、パーソナリティと言ってもただひとりの人を見ていても分からなくて、AさんとBさんがいて、Bさんの方は友達が多くて、外に出たがる。一方、Aさんは友達がそんなに多くなくて、ひとりで読書をするのが好きだとします。そうするとBさんは外向的、Aさんはそれに比べて内向的というふうな区別がつくというふうにいうことができます。このように、「実態としてあるともないとも言えないが、仮にあると仮定すると、様々な現象が説明しやすくなるような概念」、すなわち、心理学的構成概念というものを、心理学では多用しているということです。いいかえれば、そこからモデルを作っていくというのが、心理学的モデルの特徴になります。

先ほどの法科大学院適性試験の設計を例に取りますと、これも設計していく時にやはり法曹教育の準備段階として、たとえば弁護士になっていくにはどういう能力が法科大学院に入る時に必要かということで、論理的判断力、分析的判断力、長文読解力、そして相手をロジカルに説得するだけの表現力の四つを考えました。また、論理的判断力、分析的判断力、長文読解力というのは、様々な先行研究から、客観式テストで測れるということは分かっていました。ただ、表現力は、実際に書かせてみないといけないということで、この四つの能力のうち、表現力は、実際に書かせていますが、論理、分析、長文読解力は、いわゆる客観式で測っています。そして、四つの力がそれぞれ相互に重なりながら、適性というのを最終的には測っているのだ、そういうイメージで設計していきしました。当然、それぞれの力の構成概念的な定義はきちんとやって、そこから具体的な問題に

落としているわけです。次に、実際に、それが本当に設計図通りになっているのかというのが、この表です。論理的判断力。当然、相関ですから、自分自身とは 1.000。論理的判断と分析的判断力の相関は 0.435、また、論理と長文とは 0.536、さらに、分析と長文とは 0.311 ということで、大体お互い設計通りの関係があることがわかります。かつ一番下の共分散比ですが、これが三つの能力がそれぞれどれぐらい分担して全体を測っているのかを示している指標で、理論的には 0.333 というのがこの場合の理想値なわけですが、分析的判断力と論理的判断力の間に少しコンバートがありますけれども、大体同じぐらい割合、役割分担で適性全体を測ることができていることがわかります。

そうしますと、今度は数値の方から逆に、じゃあこれで論理、分析、長文測れたかと言えるかということ、これは言えません。あくまでも設計図からこういうふうに予測はできるのだけれども、数値そのものからは逆のことは言えないということですね。逆のことはあくまでも、その人が本当に弁護士さんになってちゃんと立派にやっていくのかとか、そういったところで見て行かないといけないというふうな構造になっているというのが、この分野の特徴かなと思います。

次が実際に心理学的なモデルを作っていく具体例をお示しします。これは昔の共通一次試験から取ってきたものですが、「夙に」の意味として最も適切なものを選ぶという問題です。国語のテストで、粗点が 21 点満点ですから、0 点から 21 点まで並べて、正答率を見えています。そういたしますと、これは本当なら点が高くなればなるほど、国語の学力があがっていますから、この項目に対する正答率、縦軸の正答率は単調増加していかないといけないのですが、平になっている。むしろ力のある人の方がちょっと低めです。これはいい問題ではないというこ

とですね。なぜかといいますと個人差の識別ができていないからです。

それに対して良い問題といいますのは例えば、これは五つのグループに分けていますが、ロー、ローミドル、ミドル、ハイミドル、ハイというふうなグループで、段々正答率が高くなるにつれて正答選択肢の確率が上がっています。これは難しい問題なので立ち上がりが遅いですが、こちらの優しい問題ですと、ぐっと上がって、後はまあ頭打ち。それをつなげたようなのが、こういうふうな曲線になります。今の段階では、横軸の部分が抽象化されていません。実際の得点で、正答率を表現しています。

ここで、得点の部分を先ほど言った心理学的構成概念、あるいは心理学的特性に読み替えて、モデルを作っていきます。これが項目反応理論の一つのモデルになります。どういうことをやっているかという正答率は、先ほどと同じですが、この θ というのを、一般的な尺度値というふうな表現にして、モデルの中でこの尺度値と、項目の難しさですね、それを分離しているということです。

このようなモデルが準備できると、次にどうことができるかと言いますと、これは項目の1個ずつが項目の難しさですが、この項目の難しさによって物差し、尺度を作ることができるわけです。そこで、あとは項目の正答パターンから、その人がどれぐらいの力を持っているのかということが分かって、じゃあその力を持っている人は大体どれぐらいの正答率か、この問題ならここ、この問題ならここですねというようなことが分かるという作り方をしていきます。ポイントは横軸の部分が抽象化されているところにあるわけです。

このようにIRTモデルを作りますと、先ほどの尺度値の分布、これは四つとも全く同じ標準正規分布を仮定しています。そのテストの形と

いうのはテストの作りによって如何様にもなるということが示せます。それがこの図です。普通のテストなら大体似たような分布になる作りになっています。これは大学入試なんかで必要な分布形だと思うのですが、この辺の力のある人を識別したい時にはここに難しい項目を当てれば、当然ここは伸びてきてカットしやすくなるということですね。一方、検定試験なんかですと、その人が1級なのか2級なのか判断するという時に、その境目の部分に項目を当てていくと二山分布になる。一時期、日本の、先ほど長崎先生のお話にもありましたけれども、PISA データから、日本の学力は二極分布しているというふうな話が盛んに流布されたことがあったのですが、私は二極分布しているデータを見たことがありませんでした。大抵そのテストをやると、これのようになるはずなのですが、本当に双峰性の分布になっているようなテスト得点を見たことがありません。その辺りはデータできちんと押さえて、さらにその上でデータ産出モデルを押さえて議論しないと、話ばかりが先行してしまうということになってしまいます。

また、項目反応理論を使っておこなった別の研究として全国学力調査を取り上げます。全国学力調査は全数調査で、経年比較が基本的にできない仕組みになっています。途中東日本大震災があって、この平成21年度と平成25年度の間に、学力に対してどのような影響があったのかというのを見たいということで、やり始めた委託研究です。幸いこちらの委託研究の方で、22年度から25年度までの先ほど申し上げた同一尺度を作っておりましたので、これを使ってこことここを接合しようということをやりました。残念ながら21年度のデータがないので無理矢理22年度の方につなげてやったので、留保条件はつきますが、とにかく比較できるようにしました。

そういたしますと、平成 21 年度では C 中学校と C2 中学校で、箱ひげ図で見てもほとんど同一の分布でした。ところが 25 年度については、C 中学校の方が上に上がって、C2 中学校の方は下に下がり、かつかなり学力的に低い子ども達もいるというのが分かりました。それでは逆に、その変化の原因は何だろうということで、学校や教育委員会に対して行ったインタビュー調査で分かったことがこれです。結論的に言うと、学校として、生活規範、学習規範が維持できたかどうか分かれ目になったとのことでした。ただ、この研究は、話し出すと色々お話ししたいことが出てきて、かつ胸が痛いような話もあるので、これぐらいにしておきます。

もう一つは、数理科学のカリキュラムの中で、あまり取り上げられていないようですが、実験計画法の考え方も、ちゃんと入れておいた方がよいかと思います。実際、文科省委託研究で使ったのは、7 分冊のテストです。実は 1 時間の間に一つのテストで調べられる分量というのはごく僅かなんですね。一般に学んだ単元の 3 分の 1 程度だというように言われております。それを 1 時間単位で全部見られるようにして、かつ子ども達の負担にはならないように工夫しました。従って、全数調査では原理的にできません。もともとサンプリング調査でないとできない仕組みになっています。この仕組み自体が、ここにございますように実験計画法のブロックの考え方を使っています。

今の研究で要するに何をやったかと言いますと、その教育的な様々な情報、外部情報を集めました。集めて、どういうふうな状態になっているのかを確認し、かつ、データのある全国学力調査自体のデータの品質も統計的な側面から確認しました。作題された国研の先生達はあまり、テスト理論で言うところの信頼性係数を、気にせずにつけてらっしゃいます。しかし、一流の方たちの作品というのは後で分析の光

を当ててもこのように良い結果が出ます。例えば、信頼性係数を見ますと、0.906 ということで、これは要するに 100% のうち誤差が 1 割で、あと 90% が本当に測りたい数学の力をちゃんと測れているのだという数値ですね。そのような産出されたデータ自体の信頼性のチェックをして、なおかつこのようにデータ収集の際にも、実験計画法的な発想を入れて、幅広くデータが取れるようにしたということになります。この辺り数理科学的な教育の中にも入れておけば、あとで役に立つのかなということを強調させていただきました。

以上、まとまらない話になってしまいましたが、私の報告を終わりにさせていただきます。どうもありがとうございました。

浪川幸彦教授 (司会) :

ありがとうございました。実際に統計学の日本の現実を見せて頂きました。

教育関係共同利用拠点提供プログラム 学習指導法:S-01
東北大学 専門教育指導力養成プログラム
数値科学教育の新たな展開—文系基礎科学・市民の教養としての数理科学—

教育学教育の課題 エビデンスを支える教育測定学から

東北大学大学院教育学研究科
柴山 直
教育設計評価講座
(教育学・心理学・統計学)

日時: 2015 年 10 月 26 日 (月) 13:00 ~ 17:30
場所: アルカディア館 6F

教育測定学 (Educational Measurement)

- ・ 広義の教育をフィールドに,
- ・ 学力, 知的能力, 適性, パーソナリティなどの心理学的特性を,
- ・ 統計学的モデルを通して
- ・ 数値化し, それらを
- ・ 教育のエビデンスとすることを旨とする研究分野
 - 別名
 - ・ 心理測定学(Psychometrics)
 - ・ 精神測定学(Psychometrics; 精神医学分野における訳語)
 - ・ 計量心理学 (Quantitative Psychology)
 - ・ テスト理論(Test Theory)
- ・ Evidence Based Accountability in Education/in Medicineを支える基盤分野

2

教育学教育における課題

語彙理解力の発達調査/大規模学力調査/法科大学院適性試験等を具体例に

- 1) 基礎的素養としての初等統計の必要性
中心極限定理, 相関と因果, 切断分布 etc.
- 2) 教育学上の判断の際の
個人スコア: 教育現場の判断
集団スコア: 行政サイドの判断
の区別
- 3) データ産出原理 (数値化プロセス) の理解
心理学的構成概念, モデル(施設仮託),
実験計画法, 疫学的方法論 etc.

3

課題1: 初等統計の知識の必要性

昭和33年検定 昭和38年発行 / 東京書籍「新しい算数」
/ 全学年合計 1276ページ

VS.

平成13年検定 平成15年発行 / 学校図書「みんなでまなぶ算数」
/ 全学年合計 894ページ

昭和38年発行と平成15年発行の算数の教科書

昭和38年発行と平成15年発行の算数教科書 (異様ページ数)

生徒得点の分布と学級平均の分布 (新潟県全県学力調査)

生徒得点

学級平均

学校平均の分布(シミュレーション)

5

全国的傾向 (各学校の平均点の変動と生徒数平均との関係)

※高校の数学で学ぶ「中心極限定理」に関連する現象です

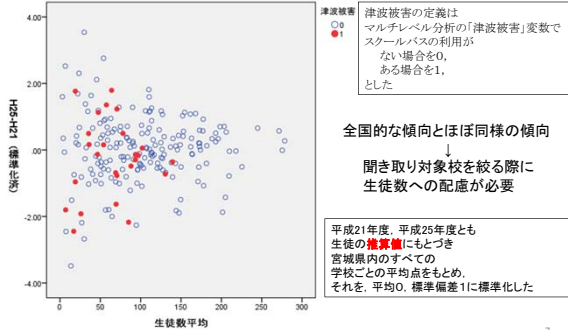
生徒数平均が大きくなるほど
⇕
学校規模が大きくなるほど
↓
平均点の変動は0に近づく
⇕
学校の平均点は動きにくい

生徒の正答数スコアを
平均0, 標準偏差1に標準化後
学校ごとの平均点を求めている

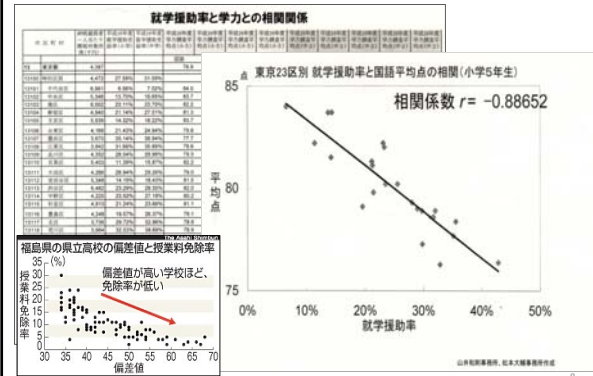
柴山他(2013) 平成25年度文科省委託調査研究報告書

6

学校平均の変動と生徒数の関係 (宮城県の場合)



相関の生態学的誤謬の問題



相関係数の選抜効果(切断分布)

日本の医学部入学試験各科目と
学業成績の相関係数の大きさの例

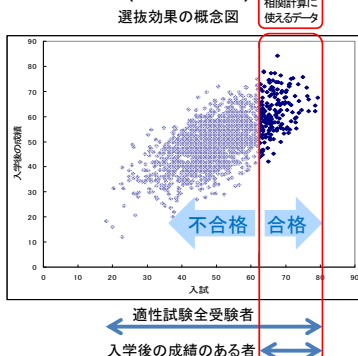
センター科目	平成7年度
英語	0.252
国語	0.336
社会	0.138
数学合計	-0.268
理科合計	-0.108
物理	-0.091
化学	-0.091
生物	-0.060

日本物理学会誌, Vol. 55, No. 8, 2000, p. 616

※選抜効果により、専門と関連の
深い理系科目との相関がマイナス
ないしほぼ0になる場合がある。

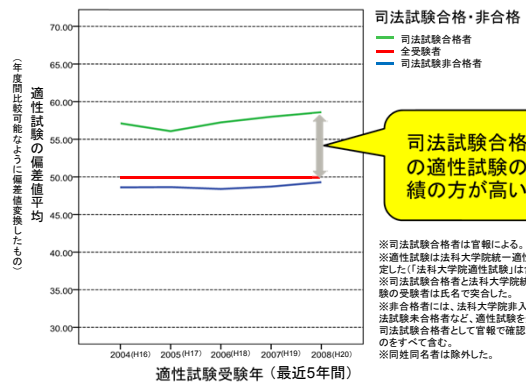
※法科大学院によって入学者選抜試験における適性試験の利用状況には大きな違いがあり、適性試験成績の比重が重い法科大学院では、適性試験による選抜効果によって学業成績との相関が低くなる場合がある。

中教審大学分科会法科大学院特別委員会 H24.12.6 資料

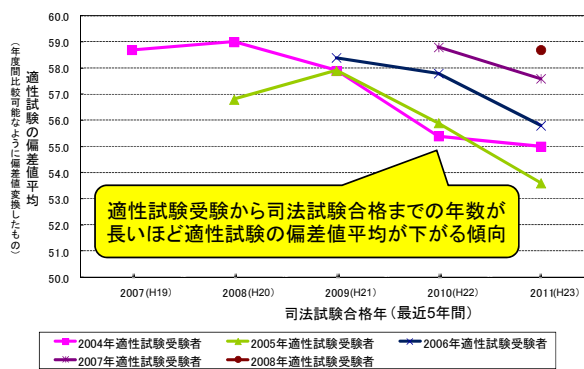


適性試験と司法試験(2007[H19]~2011[H23])の合否

a) 司法試験合格者の適性試験スコアは高い



b) 司法試験に早く合格する者の適性試験スコアは高い

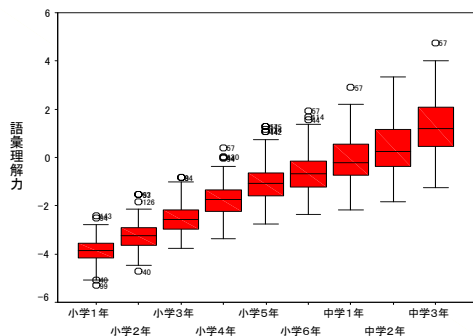


課題2 集団スコアか個人スコアか

語彙理解力の発達曲線

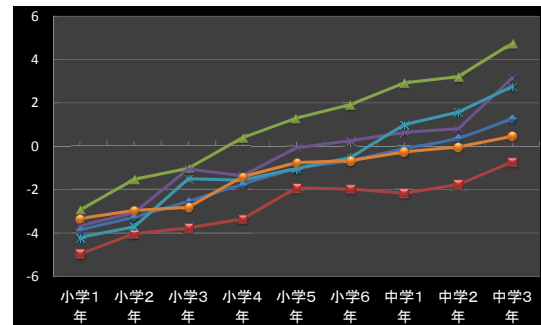
- 芝・野口・柴山(1985)
- 語彙理解力の発達に関する追跡的研究
- 1976年4月入学~1985年3月卒業
- 東京都杉並区公立小学校・中学校
- 入学時から卒業時まで追跡できた145名
- 芝式語彙理解力検査(IRT: 項目反応理論)

語彙理解力の発達(グラフ)



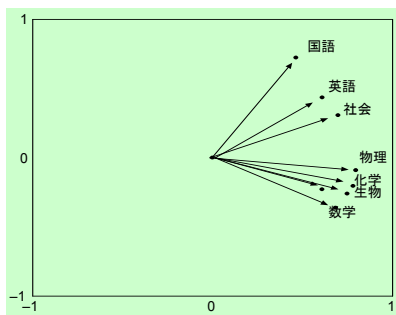
13

発達の個人差



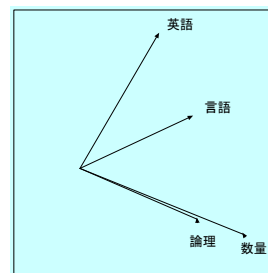
14

大学入試データから見た学力構造 (公表されているデータを再分析: 因子分析モデル)



15

企業人の基礎能力データの場合



- ・ 柴山 (1992)
- ・ (株)人事測定研究所
- ・ 企業人のための基礎能力検査
- ・ 一般企業の就職内定者
- ・ 男女3527名
- ・ 1989年10月
～1990年6月

16

課題3 データ産出原理の理解

心理学的モデルの特徴

- ・ 心理学的モデルの例
 - ー パーソナリティ・IQ・適性・学力
 - ー 短期記憶(貯蔵庫)・長期記憶(貯蔵庫)
 - ー スキーマー・認知のプロセスモデル
 - ー リビドー etc.etc.....
- ・ 心理学的構成概念を利用している
 - ー 実態としてあるともないともいえないが、仮にあると仮定するとさまざまな現象が説明しやすくなるような概念

17

法科大学院統一適性試験の設計

(日弁連法務研究財団・商事法務研究会主催)

【図1】適性試験で測定する能力構造についての概念図



18

3つの客観セクション間の相関

	論理的 判断力	分析的 判断力	長文読解力	総合得点
論理的 判断力	1.000	0.435		0.847
分析的 判断力	0.435	1.000	0.311	0.730
長文読解力	0.536	0.311	1.000	0.782
総合得点	0.847	0.730	0.782	1.000
共分散比	0.378	0.297	0.325	1.000

ある部分の得点のばらつきが得点全体のばらつきのうちのどれくらいを占めるものであるかを表す指標

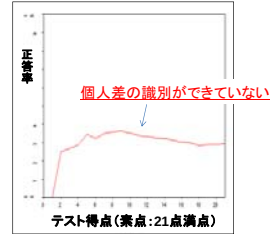
19

悪い問題の項目特性曲線

(DNC共通一次試験：公開情報より復元)

- 問題IV 傍線部「夙に」の意味として最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

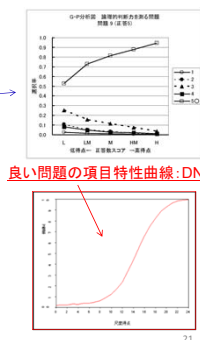
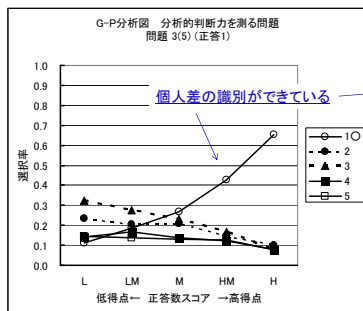
- ①うまれつき
- ②朝早くから
- ③心のそこから
- ④ずっと以前から
- ⑤十二分に



20

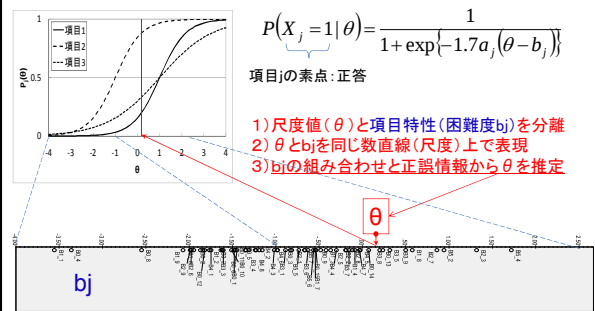
選択肢から見た良い項目

(法科大学院統一適性試験：掲載許可済)



21

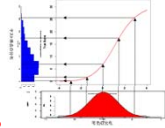
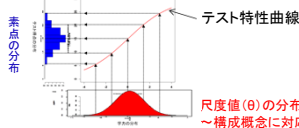
良い問題の項目特性曲線のモデル化



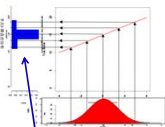
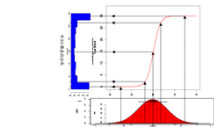
柴山他(2010) 平成22年度文科省委託調査研究報告書 p.77 22

IRTを利用した項目管理によるテストの作成

- 1) 一般的なテストにおける素点分布と尺度値分布との関係
- 2) 素点で高い学力層を識別する場合



- 3) 素点で検定に使う場合
- 4) 素点で個人差を小さく見せる場合



重要: 学力分布の形は同じでも、テストの問題が変われば、得点分布の形は変化する

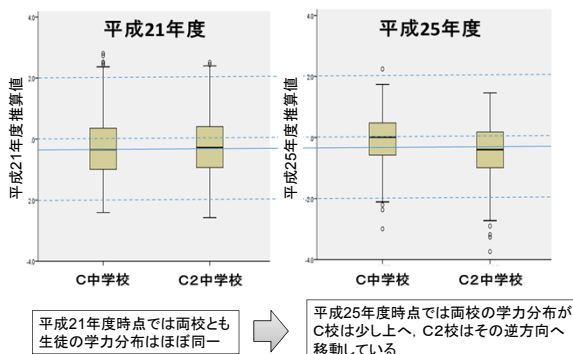
調査データ間の関係: 年度間比較の実現

柴山他(2013) 平成25年度文科省委託調査研究報告書

調査の名称	調査年度(平成)						θ _{ghij}
	19	20	21	22	23	24	
文科省委託調査研究 調査年度: 上から 対象学年: 全国学力・ 学習状況調査 実施年度: 2011年度 調査方法: 紙筆 調査対象: 全国 調査結果: 学力・ 学習状況調査 調査結果: 学力・ 学習状況調査 調査結果: 学力・ 学習状況調査			新潟市 中3 中2まで 10月実施	宮城県 中3 中2まで 10月実施	宮城県 中3 中2まで 11月実施	宮城県 中3 中2まで 10月実施	g: 調査別 g=1 委託調査研究 g=2 全国学力・ 学習状況調査 調査 h: 平成年度別 h=1 平成21年度 h=2 平成22年度 h=3 平成23年度 h=4 平成24年度 h=5 平成25年度
全国 学力・学習状況 調査 調査年度: 上から 調査方法: 紙筆 調査対象: 全国 調査結果: 学力・ 学習状況調査 調査結果: 学力・ 学習状況調査 調査結果: 学力・ 学習状況調査			全数 中3 中2まで 4月実施	全数 中3 中2まで 4月実施	全数 中3 中2まで 4月実施	全数 中3 中2まで 4月実施	i: 県別 i=1 新潟県 i=2 宮城県 j: 全国・協力校別 j=1 新潟県 または 宮城県の 中学校 j=2 委託調査 研究への 協力中学校

24

疫学的方法論 C中学校とC2中学校の変化



C中学校およびC教育委員会への聞き取り調査にもとづく考察

- 震災前はC中学校とほぼ似たような状況にあったC2中学校
 - ・両校とも学力向上のための特別な取り組みはしていない
 - ・震災後は普段の生活を取り戻すのに両校とも精一杯
- C中学校の震災直後の様子
 - ・C中学校は津波被害で使用できず、周辺は誰も住めない
 - ・より内陸の安全なところへ集団移転
 - ・C1中学校に間借り・共存しながら
 - 借りている学校だから一層大切にするという意識
 - 学校として生活規範・学習規範は維持できていた
- C2中学校の状況
 - ・地域は流されたが、校舎には被害なし
 - ・そのため10月頃まで地域住民の避難所になった(500名以上)
 - ・教室に入ってもらうばかり手段はなかった
 - ・学校にふさわしくない大人のトラブルを生徒達が直接見てしまう
 - ・生徒達自身の規範意識が混乱した結果
 - ・授業がなかなか成立しない時期あり(→現在は落ち着いている)

実験計画法の考え方

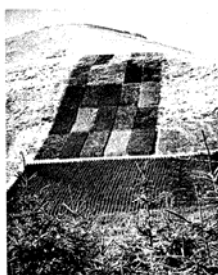


Figure 8.8 A 7 x 7 Latin square for studying the effects of treatment on five types of crop growth. Source: Fisher, R.A. (1935) 'Statistical Methods for Research Workers', 14th ed. London: Oliver and Boyd.

- ・7種類の肥料の効果
- ・丘陵地帯の斜面
- ・日射量や地味などに違い
- ・7×7のブロック

A	B	C	D	E	F	G
B	C	D	E	F	G	A
C	D	E	F	G	A	B
D	E	F	G	A	B	C
E	F	G	A	B	C	D
F	G	A	B	C	D	E
G	A	B	C	D	E	F

27

偏りをなくするための分冊デザイン (釣合い型不完備ブロックデザイン:BIBD)

	分冊1	分冊2	分冊3	分冊4	分冊5	分冊6	分冊7
位置1	3	4	5	6	7	1	2
位置2	5	6	7	1	2	3	4
位置3	6	7	1	2	3	4	5
位置4	7	1	2	3	4	5	6

- ・どの項目セットも等しく4回使用されている → 使用頻度の効果を相殺
- ・どの項目セットも互いに等しく2回ずつ会合する → 組合せの効果を相殺
- ・どの項目セットも1回ずつ等しく別の位置に配置される → 出現順の効果を相殺

※表内の数字は項目セット(=項目ユニット)

※BIBD=Balanced Incomplete Block Design

平成24年度委託研究調査報告書

分析に利用したデータの概略

- ・両年度比較のための全国学力・学習状況調査
 - －平成25年度データ(全数)
 - ・学力調査(中学数学)
 - ・学習状況調査
 - ・教育委員会調査
 - －平成21年度データ(全数)
 - ・学力調査(中学数学)
- ・両年度を対応づけるためのアンケートデータ
 - －平成25年に実施した重複テスト分冊法によるデータ(BIBデザイン: 中学数学)
 - －第3者評価に資するため、全ての問題は項目母数の推定値とともに本報告書にて公開する
- ・文部科学省、宮城県教育委員会等の公開情報
 - －教員加配数や放射線量など

全国学力調査の宮城県における信頼性係数

	平成21年度 (21357名)		平成25年度 (20526名)	
	項目数	信頼性係数	項目数	信頼性係数
A問題のみ	33	0.906	36	0.912
B問題のみ	15	0.834	16	0.837
A問題とB問題	48	0.935	52	0.937

本調査研究で利用したBIBデザイン

	分冊1	分冊2	分冊3	分冊4	分冊5	分冊6	分冊7
位置1	3	4	5	6	7	1	2
位置2	5	6	7	1	2	3	4
位置3	6	7	1	2	3	4	5
位置4	7	1	2	3	4	5	6

※H24年度報告書と同一

※表内の数字は項目セット(=項目ユニット)の番号

29

ご静聴ありがとうございました。



報告 4 社会学における数理科学教育の現状と課題

関西学院大学 社会学部
教授 盛山 和夫

高橋哲也教授 (司会) :

休憩後最初の報告は、「社会学における数理科学教育の現状と課題」というタイトルで、関西学院大学の社会学部教授の盛山和夫先生に講演を頂きます。私たまたま本屋でこれを見つけたのですが、『社会を数理で読み解く』という本を最近出されたんですね。非常に面白い本で、この本にも関係する社会学で数理科学教育がどう使われるかということをお話を頂きます。では、先生お願いします。

盛山和夫教授 :

社会学を専門にしております盛山と申します。今日のシンポジウムの副題が文系基礎学、市民的教養としての数理科学というテーマになっておりますが、その文系基礎学という点で文系の学生ないし文系の学問の中で、数理科学教育をどう考えたらいいかという問題に関しては、ある意味では社会学っていうのは、取り上げるのに一番ふさわしい学問かと思います。文系の中には、社会学以上にもっと純粋に文系の学問というのがありまして、文学ですとか、哲学の中には若干数学もありますが、文学部の中ではやっぱり大多数は数学とは無関係な学生が圧倒的多数です。そのなかで、文学部の中でも心理学と並んで、社会学は若干数学に関わっていると言えます。

まずまとめの的にいうと、社会学という学問には、数理科学に関わるルートが二つあります。そこに書きましたように、一つが社会調査法に関する教育で、もう一つが数理社会学という学問がありまして、その教育ですね。



社会調査法については、大体どんなことをやっているかというのはご存知だろうと思いますが、社会学に取りましては、二つの意味で重要となっています。一つは社会学という学問の方法という位置付けが当然あります。社会学が哲学との関係で実証的学問ということを経験するようになってから、様々な社会調査を実施して、そのデータを分析する中で研究を進めているという研究スタイルが確立してきます。特に戦後ですね、アメリカの影響もありまして、日本でも社会学の根幹が社会調査であると。ですから、東大を初めとして、国立大学系、他の私大も含めまして、社会学の学問の必修の中に社会調査というものが位置付けられるという伝統が確立いたしました。それから、もう一つ重要だと思えますのは、先ほどのこの数理科学の市民的教養という概念とある意味で重なり合いますが、社会調査というもの、そして社会調査に基づく統計データ、先ほどから様々な統計データが言及されておりますが、そういうものが市民生活にとって基礎的なものだという位置付けだということです。つい最近 10 月 1 日をめどになされた国勢調査を中心とする政府の基幹統計等々。これらは行政政策決定の基

盤をなしているということはもちろんです。他に世論調査もあります。それらが今日の社会の運営と仕組みの根幹と言いますか、それなくして社会を運営できないということになっているのは誰でも知っていることです。ただここに書きませんでした。実は今日社会調査というのは非常に困難を極めておりまして、国勢調査の拒否率が東京都あたりだと1割ぐらいあるというような状況です。統計の重要性がうたわれる一方で、実はデータ収集に関しては大変難しい状況があるということも強調しておかなくてははいけません。

さて、実は社会学の社会調査法教育というのは、日本の場合かなり基本的には充実しております。先ほども言いましたように、ほぼ必修化しておりますので、これを取らないと卒業できない。ただ、私は定年まで東京大学で社会学を教えていて、現在関西学院大学におりますが、社会学教育と言っても、私大と国立大学では色々と違いがあります。その違いをもろに味わいながら、文系教育というものを考えなくてはいいんですが、今必修と言いましたが、例えば関西学院大学の社会学部では1学年650名の学生がおります。それで、実は社会調査法は必修化されておられません。ほぼ不可能です。必修化したら何人留年、卒業できない学生が出るか、危ないわけですね。それに対して東京大学の方は必修化しておりました。ただ、私が担当している時はいろいろと工夫して、社会調査法が取れないので卒業できないという学生はないようにはしていました。多分最近もそうしていると思いますけれども、そういう問題があるんですね。

社会調査法の場合、ご存知のようにそこに書いてあるような形で数学が関わってくるんですが、現在それに加えて、実は社会学系の学部とか学科を中心に、社会調査士制度というものを10年ぐらい前から作りまして、現在この社

会調査士制度に基づく社会調査教育というのが、日本のほとんどの大学で、その中の社会学系の学部においては遂行されております。中身はそこに書いたようにそんなにたくさんのことを教えているわけではないんですけども、AからGまでありまして、このうち数学はC、D、Eと、段々と難しくなってきます。Eが一番難しい。多変量解析を教える科目なんですが、社会調査士の制度では、このE科目と次のF科目はオプションであって、Eが必須にはなっていないという制度設計になっております。最初にこの制度設計をする時に、私はその時まだ東大にいて、私大の先生方と一緒に設計をしようとした時に、E科目だって当然、必修にしておいていいとその時は思っていたんですが、強固な反対がありまして、このようにしたという経緯があります。Fというのは質的な調査についての科目で、これも実は社会調査の中でもう一つ大きな柱となっているものです。これを一つ他に用意することで、多変量解析系のもので、それから質的な調査というものを、オプションに併置する。どちらか一方だけを取ればいいという形で、従って多数の学生が履修可能な構造にしようというふうにしております。

もう一つ、市民教養という観点から重要だと思っておりますのは、Gとして位置付けてある科目です。いわゆる実習ですね。社会調査実習。これは社会学が学問として発展する中で、単に量的な分析だけではなくて、ご存知のようにかつてですと農村調査とか、家族調査ですとか、そういう類の研究が非常に盛んに展開されてきたことを踏まえています。社会調査実習は、現在でも社会学に限らず、例えば文化人類学ですとか、民俗学ですとか、そういう社会学に近い学問分野で、大変重視されている教育法なんです。人によっては海外に行くぐらいであります。毎年夏に学生を連れて、海外で社会調査

実習をやるという先生もいたりします。これは、データをリアルな社会の現場でもって捉え直すという経験をするという意味を持っていると思います。社会調査の中で数学的な側面と、それからリアルな現地調査の側面と両方あるというのは、総合的にいい意義を持っているかなと思っているところなんです。

この社会調査士制度が、社会学系の数理学教育に非常に重要な役割を現在担っております。そこに書きましたように、これは概算ですが、大雑把に言いまして、日本の大学で社会学系の学部とか学科に在籍している学生は、1 学年あたり大体 1 万人前後かなというふうに推測しております。1 万人前後のうち、毎年 2,700 名から 2,800 名ぐらいが、この社会調査士という制度の資格を取っています。ということは、先ほどあげましたこの E 科目はそれほど多くないかもしれないけれども、それ以外のものは大体履修しているということです。その中の、先ほどの C、D の科目。C がいわゆる記述統計学ですね。それから D が推測統計学で、D になると検定の話とかが出てきますから、正規分布とか、そういうことを理解しなくては行けないんですが、そういうことを理解したはずになっているという状況であります。そういう形で、社会学の中では一定程度、特に先ほど述べた現代社会を構成している大変重要な、私は社会インフラだと言っていると思いますけれども、その社会調査に基づく統計データについては、一定のリテラシーというものを教育することになっているかなというふうに思います。

さて問題は、先ほどから言っていますように、文系学部での数理教育。分数が分からないという学生は、私どもが教えている限りでは、まだ見たことはありませんが、 Σ が分からないというのは文系学部にはいっぱいおります。指数関数、対数関数は全然知らないという学生はいっぱいおります。従って、そういう指数関数、対

数関数を知らない学生に、標準正規分布の数式を提示して理解させるっていうのは、かなり時間がかかるんですね。コマ数から言ったら、そんなに時間をかけられないんですけれども。

ただ、高校時代に対数関数、指数関数の基礎みたいなものを必ずしも受けていないというのは変わらないのですが、2、3 年前から高校における数学教育の構造が若干変わって、データ分析というのが入ってきたのは大変プラスではあります。しかし、データ分析といっても非常に簡単な授業のようです。数学 II ぐらいになってくると当然指数関数とか入りますが、文系学生は数学 I だけを履修してくる学生が圧倒的に多数です。データ分析という授業をとっても、指数関数などは勉強していません。数学 II 以上を履修していることを前提にして大学で授業をするというのは、文系ではほとんど不可能という状況ですね。

さて、数理社会学というのは、社会学の中では社会調査教育以上に数理学というものにもっと基盤を置いている学問でありまして、それを教えるということも私たちはそれなりに一生懸命やっているんですが、残念ながらこれから紹介しますが、社会学という学問全体にとりましては、数理社会学という学問は非常に少数と言いますか、ごく小さな分野を占めるに過ぎないというように認めざるを得ません。実は先ほど紹介頂きましたこういう本を出したのも、数理社会学という授業がそれなりにはあるので、そういう授業というのを念頭に置きながら作ったということが一つあります。それから実は英語で入手できる数理社会学のテキストっていうのはあまり大したものがないので、それに対して案外と日本の数理社会学のテキストは非常に多いんです。あまり売れてないかもしれませんが、逆に言うと、日本には数理社会学という学問を一生懸命教えたり研究したりしている研究者というのは多いんです。その一

つの理由には、そこにありますように数理社会学会という小さな学会がありまして、僅か 300 名ぐらいの学会なんですけど、1986 年に発足して大体 30 年ぐらい経つんですね。入れ代わり立ち代わりと言いますか、若い研究者が時々入ってくれますので、活動はそれなりに積極的にやっています。それが社会学の中では、社会調査教育とは別の形で数理科学教育を担っております。

数理社会学っていうのはどういうことを目指している学問かと言いますと、目指している以前にその理由ですね。これは社会学全般に言えることですが、1970 年代に社会学という学問は大きな、私から言いますと一種の文化革命みたいなものが起こりまして、それまでの社会学が非常に批判にさらされるということが起こりました。そこでそれにとって代わる様々なパラダイムというものが出てくるんですね。一番分かりやすい例は、フェミニズムの台頭とジェンダー研究の活発化です。しかしそれだけではなくて、それ以外の様々な形での新しい転換点が起こる。その中の一環が数理社会学という学問で、既存の社会学を乗り越えようという大それたことをめざして、僕らみたいなのが発足させた。そこにももちろん数理というものの厳密な学問の方法が基盤にあります。

社会学を多少ともかじった先生方、特にかつて 1960 年代の社会学をかじったことのある先生方は、社会学というのは何か訳のわからないことを、抽象的な言葉で語っているという印象を持たれた方も多いと思いますけれども、数理社会学にはそういう状況を何とかして克服したいという背景があったわけですね。数理社会学は欧米でも同じように進展しておりまして、早くも 1971 年に *Journal of Mathematical Sociology* という専門誌が創刊されたり、それから学会の中に ASA といって American Sociological Association の中に数理社会学の

セクションができたり、そういう形でそれなりに活発には欧米でもやっているんですね。ただ、現状を言いますと、社会学の中では非常にマイナーな学問という状態にとどまっています。

先日、数理社会学会大会がありましたので、どんなふうな中身を教えているのか、あるいは、どんな苦勞をしているかというのを、実はアンケートを簡単なものを取りました。それに基づいて少しご紹介いたしますと、どんなことが教えられているかというのはここに書いたものなんですけど、多少ご存知のこともある、例えばゲーム理論。これは社会学に限らず、現代の経済学を中心として、社会科学全般の基礎として教えられている数理的な道具なんですけど、それ以外にゲーム理論を社会学的な問題、社会学としては特に社会的ジレンマ、あるいは秩序問題という形や問題構成として捉えて、既存の社会学理論との関係のもとで教えたり、分析したりするということがよく行われます。それからもう一つ、社会学で従来、数理的ないし計量的に研究が盛んなのが、この階層移動、階層問題ですね。多少名前をご存知かもしれませんが、いわゆる英語で SSM という調査があるんですけど、**Social Stratification and social Mobility survey** というのがありまして、階層と階層移動に関する調査。これは 10 年おきにやっています。今年も、後輩たちがやっております。そういうものを数理的に分析したりする、計量分析もありますけれども、それが社会学的な研究の大きな柱です。それから他に階層意識とか、相対的剥奪ですね。このように、それなりに社会学プロパーの問題領域で数理を使って分析をしたり、研究したりっていうのは、世界的にも進展はしているんですね。

ただそれを教えるということになりますと、先ほどから言っているような状態なので、アンケートの中では学生の数学の力は中学レベルと考えていいという人もありました。これは大

学によって様々ですから、20～30%は小学校レベルも怪しいというのも出てきたりしております。他方、高校2年程度って言っているのは、確かこれは大阪大か東北大だったと思います。そこでは高校2年程度を前提にできますけれども、ケースバイケースですね。

さて、そういう状況の中で教師は大変苦勞しております、私の印象では、どうも具体的な数学のデリベーションを正確に教えるということを、思った以上に避けるというか、突っ込まないで、そこに踏み込まないで、何とか学生のできる範囲内で教えようという努力に苦勞されていると思われます。逆に言うと、私の感覚では、それは本当に数理科学を教えていることになるのかという点で言うと、若干それは疑問があります。数理科学の醍醐味と言いますか、根幹というのは、数学を使うことで初めて分かること、理解できることというものがあるということ、実際に数式を展開することで味わうということだと思っておりますが、果たしてそこまで、この数理社会学教育が実践しているかどうかということに関しては、このアンケートを見る限りこれは若干気になるなというところがございますね。ただ、これは教え方と言いますか、教師のスタンスの問題でして、ついてくる学生だけ来れば良いというスタンスでやりますと、これはそれなりについてきます。学部ではありませんけれども、大学院で授業をする時はそのつもりで授業することもあります。大学院は、むしろ気楽に落ちこぼれを作っているわけではありませんけれども、ついて来れるかついて来れないかは、院生次第ですという感じで取り組んできたところもありました。しかし、さすがに学部であまりそこまで割り切るといのはなかなか難しい。そこで多くの先生はたくさん苦勞されているんだと思いますね。

さてそういう中で、せっかく数理社会学を文系の学生に教えることのもう一つの重要な意

味は、この数理科学、文系基礎学ということと共通して重なり合うと思うんですが、そこに下の方にあるようにですね、「社会現象をモデルを用いて演繹的に説明する」という、ある種の演繹的な、あるいは導出するという類の思考方法。それが文系の学生にも、あるいは文系の大学を出た一般市民にも、ある程度基礎的な教養として力を付けて頂きたいというのが、数理社会学を教えようとする我々のどこかモチベーションのコアにあると思うんです。それがなかなかできないけれども、基本的な狙いと言いますか、意図というものはそういうところにあるというふうに思っています。

ただそこには教員と学生の間に若干のギャップがありまして、そういうことを教員の側は一生懸命やりたいと思うんですが、学生はそれについてこれないというギャップ。学生の側の問題は色々もちろんあります。これはやはり高校までの数学教育、先ほどから一定程度出ておりますが、特に私大文系で教えておりますと、とにかく受験する前、高校1年終わった段階で、あるいはそれ以前から、数学を捨てるという形で受験勉強等しておりますから、その学生たちを相手に、数理的なデリベーションというものの持てる意味をどう教えて行くかというのはなかなか至難の業であるということがございますね。特に、これは昔起こった問題ですが、数学を知らなくても大学に進学できるという構造を作ったのは私大文系が悪いんですね。1960年代に大量の私大文系ができた時に、数学を受験しなくても入試がOKだという構造を作ってしまったのが一つの問題かなと思います。しかし、これを変えるのは難しい。

教師の側にもじゃあ問題がないかということ、あると思うんですね。やはり、結論的に言いますと、数理的なデリベーションを重要だとして我々は思っていて、一生懸命教えようとするわけですが、それを学生に本当にそれが重要であ

ると、あるいは意義深いことであるということ、
を、どうやったらうまく伝えることができるか
というのが難しく、誰もそれに成功してい
るとは限らないと。実際に私が教えてまして、
それを学生にうまく伝えることに毎日苦勞し
ながら授業をやっているなという感じを持っ
ているんですね。具体的にはどういうことか
という、社会学という学問っていうのは色んな
テーマで色んな人がやっていますが、社会学の
学生ですから、広い意味では社会学というもの
には関心があるんですね。それも多岐に渡って
おりますが、その中で、とくに今の日本の社会
学が大きく取り組んでいるところ、多くの学生
も関心を持っているところは、不平等だとか、
階層だとか、差別だとか、貧困だとかという問
題があります。そういう基本的には学生自身が
内在的に持っている問題に対して、その数理的
なデリベーションだとか、思考だとか、論理だ
とかっていうものが、どこまで分け入って、そ
れを使うことで新しく何が分かって来るか
ということを学生にうまく積極的に、かつ学生が
できれば、どこかで感動と言いますか、ああ分
かったと。これをこう勉強して、そうじゃない
よりもより良い。自分で頭が良くなったという
ふうにするような、そういう教え方ができるか
どうかというのが重要で、数理社会学を教える
意義はやはりそこにかかっていると思うんで
すね。特にもっとマクロ的なことを言いますと、
一番下に書きましたように、例えば私が一方で
手がけているのが社会保障関係の問題なんで
すが、人口学とか、保険数理という難しい問題
がありますが保険数理までは考えなくても、人
口とか、財政とかでも基礎的な知識をもとにし
て、社会保障問題というのを考えて行くという
ようなことは、ある意味ではこれもやはり市民
社会、あるいは市民的教養の一つの部分を構成
するだろうと思います。こういうことについて
多数の人たちが理解するというのは重要だと

思っておりますが、そういうことにつきまして
も、そういう問題関心に訴えながら、いかにし
て学生をそこに引っ張っていくかということが
が、課題だろうというふうに思っております。

最後まとめですけれども、先ほどから言いま
したように社会学は社会調査法教育と数理社会
学教育という二つの側面で、数理科学教育を
担っております、そのうち社会調査教育は、
量的には一定程度成功していると、制度的にも
確立できていると言っているかと思いますが、
数理社会学の方に関しては、依然として課題を
抱えておりまして、日夜私もこれをどう改善し
ていくか、考えているところであります。以上、
発表を終えたいと思います。

高橋哲也教授 (司会) :

盛山先生、どうもありがとうございます。

社会学における数理科学教育 の現状と課題

盛山和夫
(関西学院大学)

2015.10.26

1

社会学における数理科学教育の 二つのルート

- 社会調査法教育
 - 社会調査法、サンプリングの論理、
 - 統計学、多変量解析
 - ほとんどの大学における社会学教育の中で、社会調査法教育は必須と位置づけられている。
 - 「社会調査士」制度
- 数理社会学教育
 - 数理モデル
 - この授業を開講している大学は少ない
- この双方において、学生における「基礎的数学力」の弱さがしばしば問題となる

2

社会調査法教育の場合

- 社会調査法教育における数学
 - サンプリングの論理(確率による考え方と標本数の決め方)
 - 記述統計学(平均、ジニ係数など)
 - 推測統計学(検定理論、推定理論)
 - 多変量解析法
- 社会調査士科目 (EとFはどちらかだけでも可)
 - A 社会調査の基本的事項に関する科目
 - B 調査設計と実施方法に関する科目
 - C 基本的な資料とデータの分析に関する科目
 - D 社会調査に必要な統計学に関する科目
 - E 量的データ解析の方法に関する科目
 - F 質的な分析の方法に関する科目
 - G 社会調査の実習を中心とする科目

3

社会調査士制度

- 社会学系を中心として、社会調査法関連の一定の授業を履修した学生に「社会調査士」資格を認定する制度
- 2003年に発足。一般社団法人社会調査協会
- 機関誌『社会と調査』年2回発行
- 全国の大学で、「社会学関連」の学部・学科の学生数は、おそらく1万人程度(一学年で)
- うち社会調査士資格を取得する学生は、2700~2800名(関学の場合は1割未満だが)
- それでも、社会調査法および社会調査士制度は、社会学系の学生に「数理的な考え方」を教える最も基礎的な基盤として機能している。

4

社会調査法教育の意義

社会調査法教育の二つの側面

- (1)社会学という学問の方法としての社会調査
- (2)市民的教養としての「社会調査教育」

- Social Capitalの一種としての「社会調査による統計データ」
- 現代社会は、社会調査に基づくさまざまな統計データの収集、集計、分析の上に成り立っている。
 - そのことを「知ること」が、社会学教育にとって重要
 - そうした現代社会を支える「市民」として、社会調査と関連する統計学についての基礎知識を持つことは、基礎教養。

5

ただし、文系学部の実態

- 大学によっては、社会調査法の授業も学生にとって難しいとされることも多い。
- 社会学系学部は、文系学部の中では中間的
- 分数の分からない大学生は少数だが、Σを知らない学生は多数。指数関数、対数を知らない学生も多い。
- 高校の数学Iで「データ分析」が入ったのは、プラス。

6

数理社会学教育における問題

- 社会調査法教育は、社会学系において、数理科学教育の大きな役割をはたしている。
- ただし、社会学にとっての社会調査法は、自然科学などにおける「実験法」と同じで、学問の「中身」というよりは、「道具」の意味。
- それに対して、数理社会学は社会学的探求の「中身」において、数理的アプローチを用いる。
- 残念ながら、今日までのところ、社会学の全体にとって、数理社会学のプレゼンスは高くない。

7

日本における数理社会学の概観

- 意外に多い「数理社会学のテキスト」
 - 邦訳文献含め、25点以上
- 数理社会学会という学会組織の存在
 - 「数理〇〇学会」という名称の学会は多くない。(経済学でも、日本の「数理経済学会」は、平成9年の設立。アメリカには数理心理学会があるが、日本にはない。)
 - 数理社会学会は1986年の設立。機関誌『理論と方法』を年二回発行。会員数はこの20間、ほぼ300人くらいで推移。
 - アメリカでは、1971年からJournal of Mathematical Sociologyが刊行。ただ、学会組織としては、アメリカ社会学会内の一セクションとして。
- ある意味で、日本の社会学における「数理科学教育」は、二つの組織、社会調査協会と数理社会学会とに支えられている

数理社会学会設立でめざしていたこと

- 1970年代における既存社会学への不満
- 厳密な学のためのツールとしての数理
- 共通語としての数理

社会学的背景

- (1) パーソナル統合の挫折
- (2) 経済学あるいは行動科学における数理化の進展
- (3) 1968年問題: 社会を考えるしかたについての全般的な見直し

理論社会学を牽引するものとしての数理社会学

9

1970年代までの数理社会学の状況

(赤が社会学・社会心理学系)

- Coleman(1964), Berger, Cohen, and Zelditch(1966)
- 社会移動に関する数理的研究
- White(1963), Harary et als(1965)、他にDavisなど
- Kemeny and Snell (1962)
- Arrow(1951), Olson(1965)

安田編『数理社会学』(1973)の内容

- 伝播モデル
- 態度変容
- 社会移動
- ゲーム理論
- 群衆行動の過程モデル
- ソシオメトリ
- アーバン・ダイナミクス

10

欧米における数理社会学

- 1971 Journal of Mathematical Sociology 創刊
- 1973 Fararo, *Mathematical Sociology*
- 1975 ネットワーク・コンフェランス
- 1978 Social Network創刊
- 1989 Rationality and Society 創刊
- 1997 ASAにMathematical Sociologyのsection設置
- 2009 ASAにRationality and Societyのsection設置

11

日本における数理社会学教育の実態

- 300名の数理社会学会会員のすべてが、大学で数理社会学を教えているわけではない。
- 報告者も、東大では、学部で数理社会学の授業は開講しなかった。(ただし、大学院ではときどき開講)
- 数理社会学会大会でのアンケート。
 - 約50名中、28名が回答。うち22名が数理社会学関連授業を開講。ただし、一部は理系学部で。
 - これから推察するに、全国で数理社会学関連授業は、100以下。せいぜい50程度か。

300名という弱小学会ながら、社会学会(約3600名)のなかではそれなりのプレゼンス
機関誌『理論と方法』は、日本社会学におけるクオリティバイパー

12

どんなことが教えられているか

- ゲーム理論の基礎、社会的ジレンマ、秩序問題
- 世代間階層移動、居住分離、間接互恵性
- 相対的剥奪、階層意識モデル
- 権力、差別
- ネットワーク理論、グラフ理論
- 親族構造
- 社会関係資本
- シミュレーション
- 社会的選択理論
- 進化ゲーム
- 相対リスク回避モデル(階層移動)

13

数学知識の問題(アンケートから)

- 「受講している学生の一般的な数学的知識はどのようなのですか？」
- 中学レベルと考えていい
- 高校レベルで教える
- 中高で数学を忌避している学生が多い
- 無に等しい
- 中学レベルもあやしい
- 20~30%の学生は小学校レベルもあやしい
- 高校2年程度(旧帝大文系)
- 簡単な微分積分の知識を前提にした(別の旧帝大)
- 数Iレベル
- 高2以降、数学に触れていない学生も

14

数学知識問題への対策(アンケートから)

- できるだけ数値例を用いて
- 簡単な四則演算までを用いて
- 身の回りで当てはまることを考えさせる
- SPSSを使い、体感
- 証明の細かい説明は省略
- 式の展開は避け、事例を紹介
- 数学知識を補うために練習問題を
- テキストの巻末付録を用いて数学準備
- 半分程度はArrowの定理の証明についてきていると思う
- なるべく数式を使わず、結果のおもしろさを中心に
- 意欲のある学生だけが集まっているので、高度な内容にもついてきている

17

その他の感想(アンケートから)

- 学生の数学的知識に差が大きいので、どこにあわせるのか悩む。丁寧に演繹することに関して、怠惰な学生が多い。
- 予備知識をアンケートで確認。計算過程や証明の詳細は授業のHPでダウンロードできるようにし、授業時間内は、証明のラフスケッチ、含意を伝えることに時間をより割いている。
- “社会現象をモデルを用いて演繹的に説明する”という考え方、ものの見方を理解してもらうことを目的としている。これは、入学してくる学生がフィールドワークのような記述的研究には強い関心・意欲を持っているのに対して、抽象的・論理的思考力が弱い傾向を感じるから。

16

教員と学生とのギャップ

- テキストの多さから推測されるように、数理社会学に関しては、普及と発展をめざす熱心な研究者・教員は多い。
- それに比して、その教育についてくる学生は多くない。
- 改善の方法はあるか？

17

学生の問題

- 基本的な数学知識の低さ、あるいはそのパラツキの大きさをどうするか
- 高校までの数学教育の問題
- 大学入試の問題
 - 私大文系
 - 数学を知らなくても大学に進学できる、という道を作ってしまった。(1960年代)
- 大学において
 - 文系学部も、1年次から基礎的な数学授業を用意した方がいい。
 - 外国語と同じ
 - その基礎の上に、社会調査法、統計学、数理社会学などの授業

18

教師の側にも問題はある

- そもそもなぜ数理社会学か
 - 二つの考え方
1. 社会学そのものの基本テーマに即して
 2. 社会現象を数理化することで「おもしろい」「意外な」側面を浮き彫りにする
- むろん、この二つが統合されればいいのだから・・・
 - 細々としている最大の理由は、「社会学研究そのもののなかに、数理社会学がメインなものとしては位置づけられていない」ため
 - 一朝一夕には改善しがたい

19

数理社会学は、社会学でどういう役割を果たしうるか？

言い換えると、「社会学における数理科学教育の意義とは何か？」

率直言って、これに関して、数理社会学研究者の見方は分かれている

- (1) フォーマライゼーション
社会現象を数学的に表現する
- (2) 社会現象の記述
典型的には、社会関係のグラフ記述
- (3) 社会現象の説明
相対的剥奪、中意識など
- (4) 構造的エッセンスの解明
経験的データとの照合が十分でない場合でも、経験的に起こっていることの中核部分の理解に役立つこと。基本的なメカニズム

20

そもそも社会学とは何か、になってしまうのだが

- 「共同性」の学問
- 共同性はどのようにして成立しているか？ どこで共同性が脅かされたり、解体したりしているか？ それは、なぜか？
- ポジティブには、連帯、凝集性、統合、協力、秩序
- ネガティブには、不平等、階層、差別、貧困、等々
- 伝統的に、産業化、近代化に伴う「共同性の危機」への問題関心
- 今日では、グローバル化にともなう格差問題、一般的な差別、福祉、社会保障問題、等々

21

構造的エッセンスを探究することの重要性

- 「共同性のメカニズム」の探究
- 例
 - 秩序問題：個人的選択の集積的帰結
ゲーム論的アプローチ
シェリングのsegregationモデル
 - 不平等の構造：マクロな構造の生成メカニズム
Boudonの階層移動モデル
浜田の所得不平等生成モデル
 - 社会心理の構造
相対的剥奪
中意識
 - 規範構造
親族の基本構造のホワイトモデル
交換ネットワーク実験の盛山モデル
など

22

構造的エッセンスは、

1. 社会秩序、公共性の「理論」のレベルでも
 - たとえば、ロールズの「格差原理」とは何かの理解
 - ドウオーキンの「責任平等主義」の検討
2. もっと重要なのが、社会保障問題
社会保障制度に関わる数理的構造
人口、高齢化、少子化
財政、年金、医療、社会保険

今日の社会保障の問題状況を理解し、改善の道を考える上で、その数理的構造を理解し、解明することは不可欠

23

社会学における数理科学教育は、

- 社会調査法教育と数理社会学教育の2側面において展開されている。
- 社会調査法教育は一定の成果を挙げている。
 - 社会調査による統計データの社会的意義
 - それを理解し活用できるという「市民的教養」
 - ただし、十分とは言えない
- 数理社会学教育には、課題が多い。
 - 社会学系の学生に、数理社会学を学ぶモチベーションを喚起できていない
 - 教師および数理社会学研究に側にも改善すべきところが、・・・
 - 動機づけがあっても、はじめて「数学」のハードルを越えることができるのではない

報告 5 経済学と数理科学教育の課題

東北大学 大学院経済学研究科
教授・研究科長 秋田 次郎

高橋哲也教授 (司会) :

次は「経済学と数理科学教育の課題」というタイトルで、東北大学大学院経済学研究科の秋田次郎先生にご講演をお願いします。今、社会学の話がありましたが、経済学は我々も、一番数学が必要な文系ではないかと。文系と言っていいのかどうか、本当は分からないと思うんですが、逆に言うと経済学のためにどういう数理科学教育をすればいいかっていうのは結構悩むところなんです。ちょっと今回そういう話も聞かせて頂けるかなと思い興味を持っております。よろしくお願いします。

秋田次郎教授 :

御紹介頂きました、東北大学の経済学研究科の秋田でございます。今日はどうぞ宜しくお願い致します。私の方で今日お話をさせて頂く内容ですが、演題が皆さん「現状と課題」とされたのに対して、私だけどうも「課題」だけで「現状」が落ちておりましたが、現状の話をしない訳ではなく、経済学でどういう数学が、どういった形で使われるのかの現状説明を先ずは致しましてから、それを踏まえ、「課題」に話を進めたいと思います。予め結論を申し上げますと、経済学を理解させたり教育する上で、やはり経済数学が障壁となり、経済学が敬遠されたり、嫌われたり致します。そこで、そうしたことがなくなるようにするべく、経済数学そのものをもう少し直観的に理解する方策を求めて参りたいと考えます。ただ直観と申しまして、種々の意味合いがございますので、その辺りを例示しながら説明させて頂こうと思います。



先ず経済学の数学の利用の典型例を、網羅的ではないにせよ、いくつか御覧頂きます。次に主流派経済学の記述スタイルの歴史を少々振り返り、経済学の数理化・公理化というのが、基本的には第二次世界大戦後の出来事であり、それが果たした貢献は計り知れない反面、それに対する批判もまたあることも踏まえつつ、経済数学そのものをより直観的に理解させるにはどうしたらよいかという観点で例を挙げて参ります。

経済学における数学利用ですが、ミクロ経済学ではラグランジュ乗数法ないしクーン・タッカーの定理が、マクロ経済学では変分法ないし動学的最適化が、大学院の入り口のコースワークの初っ端から登場し、また徐々に学部レベルにも浸潤しつつあるようです。マクロ経済学ではさらに、動学的最適化の条件から得られる連立常微分方程式の定性的動態を解析する為に、いわゆる位相図を用いた分析を行うのも教科書で標準的です。それから計量経済学では無論当初から統計学が重要で、最小二乗法など線形代数も必要ですし、時系列解析にはフーリエ積分や複素解析、更には公理的確率論の為に、測度論やシグマ代数などが援用されます。また

数理ファイナンスは、確率微分方程式、伊藤清先生の「伊藤のレンマ」が大活躍する分野です。その他、経済学では位相数学ないしトポロジーは非常に重要でして、一般均衡の存在証明には不動点定理が用いられます。他方、環や群などの抽象代数は、あまり私の知る限りでは用いられてはいないようです。いわゆる特殊関数も、ベッセル関数に私は経済学の論文で遭遇したのは過去に1回きりです。

それでは、具体的な例の第1と致しまして、ミクロ経済学の最適消費問題を御覧頂きます。ここでは消費者がおり、二つの財の消費量 x と y とを考えます。これらに依存する効用の $u(x, y)$ を最大化しようという問題ですが、その際にこれらの消費財には、それぞれ p_x と p_y という値段がついており、タダではございません。そこで、これらに支払う支出が予算額 m を越えてはいけないという予算制約条件をおき、そのもとで、 x と y の最適値を選択致します。つまりは不等式制約下における最適化問題に直面する訳ですが、この際の常套手段がクーン・タッカーの定理です。ラグランジュ関数を立て、そこでの λ がいわゆるラグランジュ乗数ですが、この方法を常套的に用います。

次に二つ目の例と致しまして、今度はマクロに目を投じますと、ミクロ経済学と異なり、マクロでは時間が明示的に入って参ります。それで今日消費するか、それとも明日消費するかという消費のタイミングの問題、いわゆる最適貯蓄問題を考えます。因みにこの問題を最初に考えたのはネットワーク・グラフ理論のラムゼーの定理等で有名なラムゼーらしく、いままラムゼー問題と呼ばれます。さてここで目的関数は関数ではなく汎関数になっています。各時点の消費の c_t があり、これに依存する瞬間的効用を $u(c_t)$ とします。それに時間の指数関数たる割引因子を乗じたものが非積分関数であり、これを時間につき、ゼロから無限大まで積分したも

のが目的関数です。これを最適化する c_t の経路、トラジェクトリーを選ぶ訳です。その際に、今日消費されなかった資源は、明日に向かって投資され、それが明日の資本に加わるという動学的予算制約がございます。他方、資本量はマイナスになってはいけないという非負制約条件があり、これらの条件のもとで最適条件を出す訳です。その際にスタンダードに使われるのがポントリャーギンの最大値原理（Maximum Principle）でして、動学的最適化問題を解くためにハミルトニアン（Hamiltonian）というのを公式的に使うのが経済の大学院では標準的です。

次に、こうして得られました必要条件を整理致しますと、各時点の消費 c_t および資本 k_t についての連立の常微分方程式が得られます。これら消費や資本の動学的挙動を調べたい訳ですが、これは解析的にはまず解けません。そこでその定性的性質を見定めるべくフェーズ・ダイアグラム（位相図）を描きます。但しこの方法は使えるのはシステムが時間に陽に依存しない、いわゆる自励系のケースだけです。具体的には、 c_t の時間微分と k_t の時間微分とが、それぞれプラスになる領域とマイナスになる領域に分けますと、2変数ですから2かける2で四つの領域に分かれます。それを睨みますと、天気図さながらベクトル場が定義でき、経路が特定できるという按配です。

三つ目の例は、確率微分方程式の「伊藤のレンマ」の利用例です。「伊藤のレンマ」の経済学の応用と言えば、オプション価格理論のブラック・ショールズ公式が有名ですが、必ずしもそれだけには限りません。そこで、これもやはりノーベル経済学賞受賞者であるクルーグマンの1991年の為替レートターゲットゾーンモデルを例に挙げます。これは非常に簡潔でクレバーなモデルであり、マネーサプライ m_t と、物価水準 p_t と、利子率 i_t とに依存する貨幣需給

均衡式、つまり貨幣市場をクリアするという条件が LM です。次に物価水準 p_t と為替レート s_t がいわゆる購買力平価 (PPP) で結びついております。その次は、カバー無し利子率平衡条件 (UIP) でして、内外の利子率の差が為替レートの期待変動率と等しいことを求める一種の裁定条件です。最後に、貨幣需給均衡式に登場する外生所与の貨幣の流通速度 v_t が、ドリフトがゼロでディフュージョンが σ の伊藤過程に従うと仮定致します。すると、あとは為替レート s_t に伊藤のレンマを適用して計算致しますと、2 階の常微分方程式が得られます。これをターゲットゾーンの端点条件の下で解けば、為替レートの挙動が判るという理論でして、このような使い方もあるという例示でございます。

最後に四つ目の例は、一般均衡の存在証明です。ミクロ経済学では、消費者や企業の行動、最適化行動から種々の財の需要と供給を導出しますが、各財の需給を同時に一致させる価格ベクトルが果たして存在するかというのが重要な問題です。その際、大昔は先ずは方程式の数と未知数の数とが合っていれば程度の話だったのですが、非負制約条件等を勘案致しますと話はもう少し複雑です。ここでは簡単の為、財が二つだけ、財 1 と財 2 とが存在する場合で説明致しますと、それぞれの超過需要 z_1 と z_2 とは、それぞれ二つの財の価格 p_1 , p_2 の双方に依存致します。一般均衡価格の存在とは、この超過需要 z_1 , z_2 の両方を同時にゼロにするような価格 p_1 , p_2 が存在するかという問題です。さて、超過需要関数は経済学から導かれる性質として、いわゆるゼロ次同次性を満たします。つまり、全ての財の価格が例えば 2 倍になったとしても財の相対価格には変化がない為、超過需要には影響を与えません。大事なのは相対価格だけなのです。そこで、価格 p_1 , p_2 はどこかでアンカー一致させないと定まりません。ここではそういう基準化の方法として、足して 1 になること

を求めます。すると、価格は非負で足し併せて 1 になりますので、価格を並べた価格ベクトルはシンプレックスの元となります。すると、シンプレックスはコンパクト集合であり、不動点定理により、コンパクト集合からそれ自身への連続写像には必ず動点、不動点が存在致しますから、ここではその不動点において、ちょうど超過需要 z_1 , z_2 がゼロになるような連続写像を作ることができれば一般均衡価格ベクトルの存在が言えたこととなります。写像の作り方の委細は省略致しますが、簡単に言えば、超過需要が正つまり需要が供給を上回るときには値段を上げます。逆に供給が需要を超える場合には本来は値段は下がるべしですが、それでは価格がマイナスに突入する虞がありますので、下げないことと致します。すると値段は上がるばかりとなり、シンプレックスから外に飛び出してしまいますので、最後にもう 1 回基準化してシンプレックスの中に押し戻しますと、シンプレックスからシンプレックスへの写像が得られます。最後に少し証明が要りますが、連続写像が存在して、その不動点で超過需要は全てゼロになることが言えるという具合です。

以上駆け足で御覧頂きましたのが経済学における数学の使い方の典型例です。続いて、主流派経済学の数理化・公理化の変遷について少しお話をさせて頂こうと思います。そのリストにケインズ、ヒックス、サミュエルソン、ドブルーの名前を挙げましたが、これは決して網羅的ではなく先ほど社会学のお話でも登場致しましたアローも含めるべきでした。さて、アローも含め、ケインズ以外は全員、ノーベル経済学賞の受賞者です。賞の創設が 1969 年で、ケインズは既に亡くなっており対象外でした。ケインズはさておき、ノーベル経済学賞の権威と、経済学の数理化・公理化とはどうも足並みを揃えて進んだ印象を禁じ得ません。

先ず、ケインズの『一般理論』(1936) です。

これはマクロ経済学という分野をこの1冊で創始したという点で非常に歴史的に重要ですが、加えて、一昔前の経済学のスタイルを代表する意味でも興味深いものです。ケインズも、また彼の師のマーシャルも、いずれも、元来強い数学のバックグラウンドを持ち、実際ケインズは、カルナップと並んで論理的確率論でも有名ですが、彼らは数学を経済学に持ち込むことについて非常に慎重ないし批判的でした。今日のマクロ経済学の学部用教科書は、幾多のグラフやダイアグラムで満ち溢れていますが、御本尊の『一般理論』には、出てくるグラフは一つだけです。

次はヒックスの『価値と資本』(1939)ですが、これは東北大学の安井琢磨先生の邦訳が有名で、ミクロ経済学のマイルストーンの一つです。これも実は少なくとも本論部分は基本的に数学ではなく英語で書かれており、但し「数学付録」が付いております。その冒頭は、平方完成、いわゆるヘッセ行列ないしヘッシアン等について説明をしておりますが、その後の数理化から考えればこれはまだ非常に可愛らしい序の口だったという印象です。

次がサミュエルソンの『経済分析の基礎』(1947)です。サミュエルソンは非常に物理数学に精通した人で、本の冒頭にはギブスの「数学は言語なり」(“Mathematics is a Language”)を掲げ、実際、全編を通じて情け容赦なく数学が用いられ、積分記号が踊ります。

経済学の数理化、公理化はそれで終わりではなく、その後、一つの頂点を迎えたのが、ドブリューの『価値の理論』(1959)においてでした。アローとドブリューは1972年に同時に経済学賞を受けましたが、ドブリューの数学の先生はブルバキのカルタンだったらしく、実際、集合論の影響が濃厚で、『価値の理論』の冒頭はさながら集合論概要です。

以上概観して参りました数理化が経済学に

もたらした厳密化や精緻化の面での貢献は計り知れません。しかし他方で数学化が経済学の敷居をずいぶん高くしてしまったのも確かであり、特に学部生教育ではそれがことさら問題になります。

先ほどのサミュエルソンの、もう一つの重要な著作は、一橋大学の都留重人先生の邦訳が有名な、学部生向けの教科書『経済学』(1948)であり、サミュエルソンというと、多くの方が昔この教科書で勉強なさったのを思い出されるのではと思います。サミュエルソンは『経済分析の基礎』で学者としての名声をなし、『経済学』の教科書で富をなしたと言われるぐらい、非常に広く読まれたようですが、『経済学』では『経済分析の基礎』とは異なり数式を振りかざすことはなく、グラフやら図表についても懇切丁寧な説明があります。その後継ないし現代版とも言う教科書の一例として、クルーグマンの『ミクロ経済学』(2004)を見ますと、グラフの傾きはどこで測るかによって変わるということを苦心して説明しております。

そうした努力の一方で、『分数ができない大学生』(1999)という状況もあり、経済学の数理化に付随する障壁の問題は、経済学と経済学教育の一つの課題であると私は考えております。

高校生の多くは、進路を考える際に経済学部で数学が重要であるという認識をあまり持たないで進学するようです。実際、私立大学ではトップレベルの大学でも、数学は選択科目扱いで、必ずしも必修にはなっていません。では受験科目で必修にすれば問題解決するかというと、実際に東北大学経済学部では数学が受験の必修科目であるにも拘わらず同様ですので、話はそう簡単ではなさそうです。

経済学部に入學したけれども数学が理解できず、比較的数学を用いない科目だけに選択肢がみすみす狭まってしまう学生があるのは残念なことです。同様のことが入門レベルだけ

でなく、更に進んだレベルでも起これば、経済現象や経済問題に対して鋭い現実感覚や問題意識を持つ人でも、数学の言語が判らないだけの為に、直観が働かずに思考停止してしまい、経済学を拒絶するか妄信するかの二者択一を迫られることになりかねません。

いまさら時間を戻して、経済学から数学を追放はできません。あまりにも失うものが大きいからです。他方で、数学を用いず経済学を講じるにも限界があります。学部入門課程においてすら、グラフや数式を一切使えないと大変消耗です。課程が上がれば上がるほど、否応なしに数学に頼らざるをえません。

そこで、経済学を非数理化するのではなく、むしろ経済数学そのものに対する直観的な理解をもう少し強化して、アクセシビリティを改善するのが、一つの解決策ではないかと私は考えます。但し、直観にも色々な意味がありえますので、些か要説明かと思い、本日は例示を六つばかり用意して参りました。最初の四つは、別に経済等の特定専門に必ずしも限定しない、もう少し一般的な幾何学的なし図形的な直観に頼る方法ですが、次の二つは経済学プロパーの事例で、経済学ならではの直観ないし解釈を活用して、逆に数理的な関係を理解できないかという意味合いで挙げさせて頂きました。

第1の例として、幾何学的な直観に頼る説明の例として一番分かりやすいのは恐らく最小二乗法かと思います。OLSの公式は一見して明らかに射影行列を示唆し、その正体が正射影だということは明らかですが、では実際にOLSは正射影なりという事実をどの程度まで活かして教育しているかという点、そこは私は怪しいのではないかと感じます。どういう空間で何をどこに射影しているのかを果たして学生はきちんと理解しているのでしょうか。また、教科書的にも幾つか重要な例外があるものの、あまり幾何学的な直観を説明に活かしきれていな

い印象を持ちます。

第2の例も計量経済学からです。時系列分析のベクター自己回帰分析（VAR: Vector Auto Regression）では、ある時点で生じたショックの影響が如何に波及するかというインパルス反応を調べたいことがあります。その際に攪乱項の分散共分散行列を対角化すべく頻繁に用いられるのがコレスキー分解であり、実正定値行列を上三角行列、ないし下三角行列の積に分解するという定理です。ところが、これは教科書には非常に機械的に登場し、果たしてこれが一体何をやっているのかという直観的な意味を御存じない方は結構いらっしゃると思います。ですが、実はそれはさほどに難しい話ではありません。一般に対角化と言え、一番に想起するのは主軸変換ないしスペクトル分解ですが、それとの関係で言えば、スペクトル分解がやっていることは、楕円を真っ直ぐに直立させる為にぐるっと回転している訳です。他方コレスキー分解では、回すのではなく、ずらして楕円を立てているのです。楕円には、回しても立つけれども、ずらしても立つという面白い性質があり、それを利用していくのがコレスキー分解定理の正体です。これが判ったからといって、計算アルゴリズムが改善したりは致しませんが、直観的に何をやっているのかを理解することは大事だと私は個人的には思います。

第3の例は、ミクロ経済学かマクロ経済学かを問わず頻繁に登場する一次同次関数に関するオイラーの定理についてです。生産関数にしばしば仮定されて有名なコブ・ダグラス関数もその一例ですが、一次同次関数とは、例えば、インプットを x と y と致しますと、これらのインプット x と y とを両方揃って2倍ないし3倍に増やしますと、アウトプットも2倍、3倍に増えるという正比例の拡張のような関係です。これは図示致しますと、一次同次関数のグラフは原点を通り、原点から出る幾多の半直線を含む

形となり、南京玉簾の片方の端を閉じたまま他方を広げたような感じの面になります。

この幾何学的状況が判りますと、一次同次関数に関するオイラーの定理の主張も直観的に理解可能です。オイラーの定理とは、いま任意のインプット x_0, y_0 を選びますと、それに対応する関数値ないしアウトプット $f(x_0, y_0)$ が、インプット x_0, y_0 にそれぞれ、そこでの x 方向の偏微分 $\frac{\partial f}{\partial x}$ と y 方向の偏微分 $\frac{\partial f}{\partial y}$ を乗じて足し合わせることで、つまりは勾配ベクトルと位置ベクトルとの内積を取ることで得られるという主張です。ところが、インプット x_0, y_0 に対応するグラフ面上の点で接する接平面を作りますと、当然ながらその点と原点を結ぶ半直線は接平面に含まれます。すると平面の方程式から、オイラーの定理が成り立つことは明らかです。ですが、左様に説明している教科書は、不思議なことに私の知る限りでは存在しませんので、教科書には改善余地があるのではないかとかねてより思っております。

第4の例は、これもミクロ経済学やマクロ経済学でしばしば道具として登場する包絡線定理 (Envelope Theorem) です。一番簡単な場合として、2変数 x と y に依存する関数 $f(x, y)$ を考えますと、まず片方の変数 y を外生変数として固定し、もう片方の x だけを内生変数として調整して、 $f(x, y)$ の値を最大化する問題を考えます。これに内点解が存在すると致しますと、当然に固定した変数の y に依存致しますので、その内点解を $x^*(y)$ と呼びます。この時、 $f(x, y)$ の最適値 $f(x^*(y), y) \equiv f^*(y)$ がそれに対応して決まります。

ここからが包絡線定理ですが、最初に固定した外生変数 y を1単位増やすとき、 $f(x, y)$ の最大値がどう変化するかという問題を考えます。もともとの関数に y が直接に入っていますから、

第1に外生変数 y が変化することの直接的効果が考えられます。第2に、内生変数 $x^*(y)$ は、外生変数 y を固定して選びましたので、 y を変えますと、当然再度選び直さなければならず、内生変数再調整を通じた間接的効果がアプリアリには考えられます。ところが、ここで包絡線定理が教えてくれることは、 $f(x, y)$ の最大値に関する限りは、内生変数の再選択・再調整は無視して構わないということです。これが成り立つお蔭で、経済学の最適化計算はずいぶん簡略化されます。

では何故内生変数再調整の影響を無視してよいかと言えば、これも $f(x, y)$ のグラフを考え、外生変数 y と内生変数 $x^*(y)$ に対応する点での接平面の様子を考えれば理由は直観的に明らかです。内生変数について最大化してピークに達していますから接平面は x 方向にはフラットです。よって外生変数が変化した際の関数値の変化を一時近似として接平面に沿ったものとして考えますと、内生変数の再調整を斟酌しようがしまいが影響なく、無視してよいことが視覚的に理解できます。これもさほど難しいことではなく、説明の仕方を工夫する余地があるように思う次第です。

以上は特に経済学に限定されずに適用可能な幾何学的直観に頼る例を挙げましたが、次に経済学ならではの直観を通じて数学的関係を理解しうる例を二つ挙げようと思います。

先ず第5の例は、積分因子と経済学の現在割引価値の関係です。マクロ経済学では動学的予算制約式という常微分方程式が登場致します。時点 t での資産額を q_t 、瞬間利子率を r_t と致しますと、資産は各瞬間に利子収入 $r_t q_t$ を生み、これと賃金収入 w_t との和が家計の総収入となり、それから消費 c_t を差し引いた残りが資産の増分です。これは常微分方程式であり、定係数とは限らない線形常微分方程式です。この解法として、微分方程式の教科書を紐解きますと、積分因子

(integrating factor) の手法が紹介されますが、他方で経済学には割引因子 (discount factor) と呼ばれる考え方があり、これが実はまさに積分因子に他ならず、この場合の積分因子に対する経済学的な解釈を与えます。割引因子の考え方とは、各変数をそれぞれ時間のゼロ時点にまで引き戻した割引現在価値に直してみる考え方であり、時点ゼロでの 1 単位が、各瞬間に利子を稼得して複利で雪だるま式に時点 t までに膨らんだ量と当初のゼロ時点の 1 単位とは同価値と考えます。こうして各変数を割引現在価値に直して考えますと、利子収入の項は消滅し、資産の割引現在価値の時間微分が、賃金と商品の割引現在価値の差に等しいという関係に直ります。ここでは割引因子が積分因子に他ならず、その直観的意味ないし解釈を経済学が与えるという恐らくは珍しい例になっております。

最後に第 6 の例と致しまして、転置行列が表す線形写像の経済学的意味付けの例を挙げます。レオンチェフの投入産出分析等、経済学ではインプットとアウトプットが複数存在し、その間が線形で繋がっている例がよくございます。アウトプット数量のベクトルを x 、インプット数量のベクトルを y と致しますと、両者の関係は投入産出係数行列 A を用いて $y = Ax$ と書けます。これは数量同士の関係ですが、他方でインプット価格 q と、アウトプット価格 p を考えます。ここで、インプットに対する支払と、アウトプットの販売収入とが常に釣り合い、利益がゼロになると仮定致しますと、その価格同士の関係というのは、実は転置行列 A^T が繋いでくれて $p = A^T q$ となります。委細説明の時間はありませんが、投入産出係数行列 A の要素は、あるアウトプットの 1 単位を生産する為のインプットの必要単位数を示します。よって利益ゼロならば、アウトプット 1 単位の生産の為に必要な各インプットに対する支払を合算すればアウトプット価格が得られる筈であり、経済学的には非常

に直観的な関係に他なりません。

なおここで、数量についてはアウトプット数量に行列 A を乗じてインプット数量が決まるのに対して、価格についてはインプット価格に転置行列 A^T を乗じてアウトプット価格が決まり、方向が逆転していることに留意しますと、転置行列の積の公式 $(AB)^T = B^T A^T$ において、なぜ行列の順番が入れ替わるのかが理解できます。これは私も線形代数を授業等で説明する際に実際に尋ねられることがあるのですが、積行列の逆行列 $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$ の公式の場合には、逆写像は行って逆方向に戻るのが当然で直観的に明らかです。ところが、これに対して転置行列の場合には些か直観的に説明しにくい訳ですが、上記の数量ベクトルと価格ベクトルとの関係は、一つの直観的理解の仕方を提供しているものと思われま

す。再び駆け足でしたが、直観的理解として私が何をイメージしているかを例示させて頂きました。残りの時間で、経済学の数理化に対する批判も踏まえつつ、共通題目の「文系基礎学・市民的教養としての数理科学」について多少触れさせて頂こうと思います。

先ず経済学数理化への批判ですが、たまさか最近、知人の工学部の先生から御教示頂きました『善と悪の経済学』(2013 Tomas Sedlacek) という書籍があり、私は実はまだ読了致していませんが、経済学の数学化を 1 章を費やしてかなり辛辣に批判しております。そこでは私の関心事である直観のことに触れておりますので摘まみ食いして御紹介致しますと、曰く、数理化の結果、直観が判らなくなってしまう、非常に明らかに馬鹿げた結論であっても看過し、見逃してしまう事態が、特に計量経済学において散見されると糾弾しております。私はこれに必ずしもそのまま賛同は致しませんが、批

判的意見も一応踏まえるべきとは思いますが。

加えて、文系基礎学に絡めて数点だけ申し上げたいと思います。

第1に、既にサミュエルソンの教科書について申しました通り、少なくとも学部生に対しては数学を振り回すということはサミュエルソンもしてはおりません。また、大学院のレベルでもサミュエルソンは非常に経済学的直観を重視したそうであり、現在でもその伝統下では、きちんと直観的な説明を先ずは致しませんが、話すら聞いて貰えない文化と聞き及びます。

左様な次第で、直観的理解は重視すべしですが、一方の直観的理解と他方の厳密な証明等との関係も大事であり、両者が全くパラレルな平行線では拙いと思います。つまり一方で直観的な説明は重要ですが、それが厳密な論証・証明から遊離して、前者の理解に役立たないというのでは駄目であり、通常言語での説明が数式ではどう立ち現れるかというところを繋いで、数理的關係を経済学的な解釈を通じて説明ないし理解するプロセスが必要ではないかと思えます。

第2に、文系の学生は、概して理系の学生よりも数理系が弱いと見なされていると思いますが、その強弱というのは恐らくは単純な一次元スケールではなく、文系の学生らしい拘りと申しますか、非常にオープンエンドで、何を問いかけているのか少なくとも当初は判然としないような問いかけをする人がいると思います。文系の学生の場合、我慢して勉強すればいずれ判ります式を受け容れない辛抱の悪さもありますので、付き合うのは相当面倒でチャレンジングではありますが、付き合いますとそれなりのリターンが得られる場合もあるように感じます。例えば、「正規分布の密度関数の式にどうして円周率が登場するのか」という問いは私はなかなかまともな問いだと思いますが、辛抱が悪く単刀直入の答えを求める質問者にど

う答えうるかは結構難しい問題かではないかと思えます。そういう類いの問いをフラストレートさせずに付き合うのは難しい訳ですが、やるべきではないかと思えます。

第3として最後に、経済学の社会的影響力と、責任に少しだけ触れます。先ほどノーベル経済学賞と経済学の数理化が同時進行したように思える旨を申しましたが、これは一つには、経済学が数理化されたことで、イデオロギーから一見解放され、単なる価値判断ではなくなり自然科学に近づいたという認識があったものと推察されます。しかし他方で、経済学は実際には、様々の政治的文脈で政策立案に援用されて我々の生活に影響を与えます。ところが、その経済学を作っている当人はどうかと言えば、例えばドブリューは1983年にノーベル賞を貰いましたが、それ以前には、彼が社会問題についてインタビューを受けることもさほどなく、自分が作る経済学が及ぼす影響に対する社会的責任を認識もしておられなかったのではないかと思います。だからこそ無頓着にイデオロギーからの自由を標榜できるのかもしれませんが、その是非は疑問です。市民的教養の観点からすれば、経済学や社会科学が数学を使って過度に密教的ないし秘教的になることは不幸であり、そこは以上申し上げて参りました事などを通じて可及的にディミスティファイ(demystify)し、関心のある人々が煙に巻かれなくて議論についていけるようにすることが肝要かと私は思います。私から申し上げたいことは以上でございます。どうも御静聴ありがとうございました。

高橋哲也教授 (司会) :

秋田先生、ありがとうございます。

数理科学教育の新たな展開
一文系基礎学・市民的教養としての数理科学ー

経済学と数理科学教育の課題

20151026

東北大学大学院経済学研究科

秋田次郎

概要

経済学における数学利用
経済学で頻繁に使う数学
経済学ではあまり使わない数学

経済学と数理科学教育の課題
経済学のスタイルの変遷
「大学生は分数ができない」
→ 経済数学の直観的理解

文系基礎学・市民的教養としての数理科学

経済学における数学利用

■最適化の数学

- 極値問題: ラグランジュ乗数、クーン・タッカーの定理
- 変分法: 最大値原理(ポントリャーギン)、動的計画法(ベルマン)

■経済動学

- 常微分方程式: 自励系連立常微分方程式、位相図
- 統計学・数理ファイナンス

■最小二乗法、行列代数

- 確率過程論、確率微分方程式: 伊藤の公式、
- 測度論 積分論、複素解析、フーリエ変換

■不動点定理と位相数学

- ワイエルストラスの(最大値存在)定理
- ブラウワー・角谷の不動点定理

■経済学ではあまり使わない数学

- 代数: 環、群論、グラフ、整数論、素数、特殊関数、留数計算等々

極値問題: ラグランジュ乗数法 クーン・タッカーの定理

例: 消費者の効用最大化

maximize $u(x, y)$: 効用関数
subject to $p_x x + p_y y \leq m$: 予算制約式 $\Rightarrow$ 最適値: (x^*, y^*)

$L(x, y, \lambda) \equiv u(x, y) - \lambda \{p_x x + p_y y - m\}$: Lagrangian

[Kuhn-TuckerのFOC]

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L(x, y, \lambda)}{\partial x} \\ \frac{\partial L(x, y, \lambda)}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$$

$$\lambda \geq 0, \frac{\partial L(x, y, \lambda)}{\partial \lambda} = m - (p_x x + p_y y) \geq 0, \lambda \frac{\partial L(x, y, \lambda)}{\partial \lambda} = 0$$

: Complementary Slackness

極値問題: 変分法 ポントリャーギンの最大値原理

例: Ramsey Problem

maximize $\int_{t=0}^{\infty} u(c_t) \exp[-\theta t] dt$: 効用汎関数

subject to $\frac{dk_t}{dt} = f(k_t) - nk_t - c_t$: 動学的予算制約 $\Rightarrow$ 最適経路: $\{c_t, k_t, \lambda_t\}_{t=0, \infty}$
 $k_t \geq 0$: 非負制約

$H(c_t, k_t, \lambda_t, t) \equiv u(c_t) \exp[-\theta t] + \lambda_t \{f(k_t) - nk_t - c_t\}$: Hamiltonian

[Pontryagin のMaximum Principle]

$$0 = \frac{\partial H(c_t, k_t, \lambda_t, t)}{\partial c_t} = u(c_t) \exp[-\theta t] - \lambda_t$$

$$-\frac{d\lambda_t}{dt} = \frac{\partial H(c_t, k_t, \lambda_t, t)}{\partial k_t} = \lambda_t \{f'(k_t) - n\} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t k_t = 0 : \text{Transversality}$$

$$\frac{dk_t}{dt} = \frac{\partial H(c_t, k_t, \lambda_t, t)}{\partial \lambda_t} = f(k_t) - nk_t - c_t$$

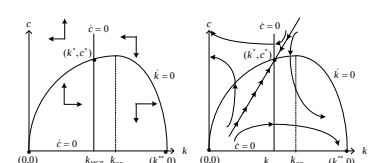
常微分方程式: 自励系連立常微分方程式、位相図

例: Ramsey Problem

$H(c_t, k_t, \lambda_t, t) \equiv u(c_t) \exp[-\theta t] + \lambda_t \{f(k_t) - nk_t - c_t\}$: Hamiltonian

$$0 = \frac{\partial H(c_t, k_t, \lambda_t, t)}{\partial c_t}, \quad \frac{d\lambda_t}{dt} = \frac{\partial H(c_t, k_t, \lambda_t, t)}{\partial k_t}, \quad \frac{dk_t}{dt} = \frac{\partial H(c_t, k_t, \lambda_t, t)}{\partial \lambda_t}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{c_t} \frac{dc_t}{dt} = \sigma(c_t) \{f'(k_t) - n - \theta\} \\ \frac{dk_t}{dt} = f(k_t) - nk_t - c_t \end{cases}$$



確率微分方程式:伊藤の公式

例: Paul Krugman(1991) Exchnage Rate Target Zone Model

$$\text{LM: } v_t + m_t - p_t = -\gamma i_t$$

$$\leftarrow dv_t = 0dt + \sigma dz_t$$

$$\text{PPP: } p_t - s_t = 0$$

$$\text{UIP: } i_t = 0 + \frac{E[ds_t]}{dt}$$

$$\text{Ito's Lemma: } s_t = g(\eta_t) \Rightarrow$$

$$ds_t = g_\eta d\eta_t + \frac{1}{2} g_{\eta\eta} (d\eta_t)^2 = g_\eta \sigma dz_t + \frac{1}{2} g_{\eta\eta} (\sigma dz_t)^2 = g_\eta \sigma dz_t + \frac{\sigma^2}{2} g_{\eta\eta} dt$$

$$\Rightarrow s = g(\eta) \text{ solves } \eta = g(\eta) + \frac{\sigma^2}{2} g_{\eta\eta}(\eta)$$

ブラウワー・角谷の不動点定理

例) 一般均衡の存在証明

$$\left. \begin{aligned} z_j(p_1, p_2) &= 0 \\ z_2(p_1, p_2) &= 0 \\ p_1 + p_2 &= 1, p_1 \geq 0, p_2 \geq 0 \end{aligned} \right\} \text{ with } \left\{ \begin{aligned} \forall \lambda > 0: z_j(\lambda p_1, \lambda p_2) &= z_j(p_1, p_2) \\ \forall (p_1, p_2): \sum_j p_j z_j(p_1, p_2) &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\blacksquare \text{連続写像 } f: (p_1, p_2) \in S \rightarrow (\bar{p}_1, \bar{p}_2) \rightarrow (\hat{p}_1, \hat{p}_2) \in S$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}_1 &= p_1 + \max[z_1(p_1, p_2), 0] \\ \bar{p}_2 &= p_2 + \max[z_2(p_1, p_2), 0] \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \hat{p}_1 &= \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_1 + \bar{p}_2} \\ \hat{p}_2 &= \frac{\bar{p}_2}{\bar{p}_1 + \bar{p}_2} \end{aligned} \right.$$

f はコンパクト集合 S から S への連続写像なので不動点を持つ。

$$\exists (p_1, p_2): \begin{cases} p_1 = \hat{p}_1 \\ p_2 = \hat{p}_2 \end{cases} \Rightarrow \exists (p_1, p_2): \begin{cases} z_1(p_1, p_2) = 0 \\ z_2(p_1, p_2) = 0 \end{cases}$$

経済学と数理科学教育の課題

■経済学のスタイルの変遷

●J.M. Keynes(1936) General Theory of Employment, Interest and Money

●J.R. Hicks(1939) Value and Capital

●P.A. Samuelson (1947) Foundation of Economic Analysis

●G. Debreu (1959) Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium

■大学生は分数ができない・・・

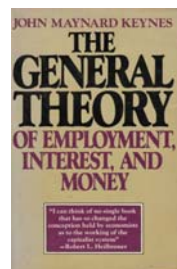
●分数ができない大学生—21世紀の日本が危ない (1999)

岡部恒治, 西村和雄, 戸瀬信之

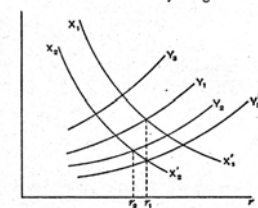
■経済数学の直観的理解

経済学のスタイルの変遷

●J.M. Keynes(1936) General Theory of Employment, Interest and Money

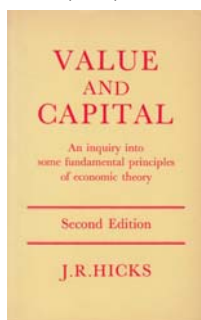


The above can be illustrated by a diagram¹ as follows:



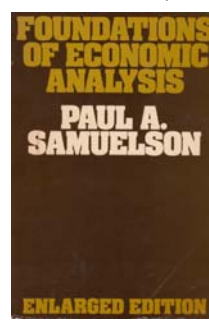
経済学のスタイルの変遷

●J.R. Hicks(1939) Value and Capital



経済学のスタイルの変遷

●P.A. Samuelson (1947) Foundation of Economic Analysis

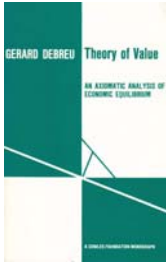


"Mathematics is a Language."
—J. Willard Gibbs



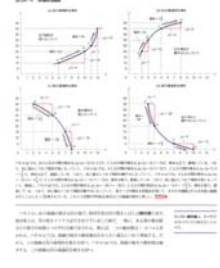
経済学のスタイルの変遷

- G. Debreu (1959) Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium



経済学のスタイルの変遷

- ミクロ経済学 (2007) ポール・クルーグマン, ロビン・ウェルス



大学生は分数ができない・・・

- 分数ができない大学生
—21世紀の日本が危ない (1999)
岡部恒治, 西村和雄, 戸瀬信之

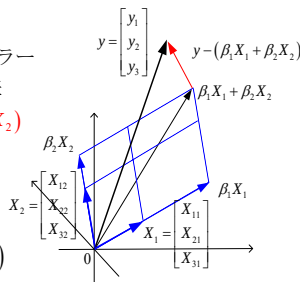


経済数学の直観的理解

- 正射影と最小二乗法
- コレスキー分解の幾何学的意味
- 一次同次関数とオイラーの定理
- 包絡線定理 Envelope Theorem
- ←幾何学的直観
- 積分因子と現在割引価値
- 投入産出関係と転置行列
- ←経済学的直観

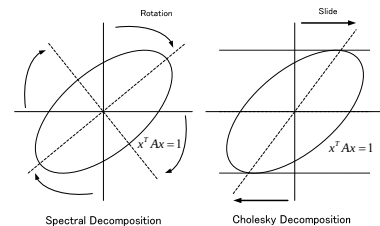
正射影と最小二乗法

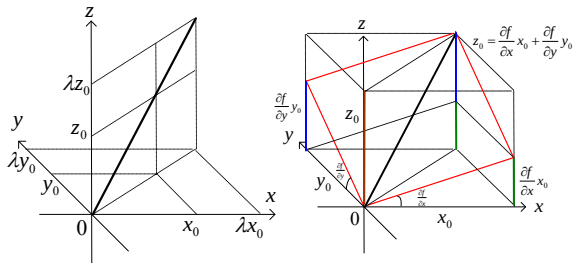
$\|y - (\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2)\|^2$ を
最小化するようにスカラー
 β_1, β_2 を選べば、誤差
ベクトル $y - (\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2)$
はベクトル X_1 と X_2
の双方と直交する。
 $X^T(y - \beta X) = 0$
 $\Rightarrow \hat{\beta}_{OLS} = (X^T X)^{-1} (X^T y)$



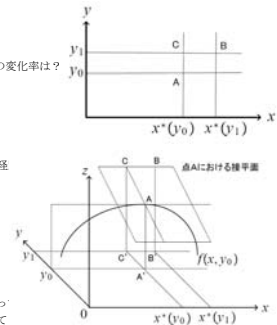
実正定値行列のコレスキー分解

Given a (n by n) real symmetric positive definite matrix A , there exist a (n by n) real upper triangular matrix U and a (n by n) real lower triangular matrix L such that $A = U^T U$ and $A = L^T L$.





つまり外生変数が変化する際、最大値への影響に限る
 言えば、内生変数の再調整による間接効果を無視して
 外生変数の直接効果だけに注目して良い。



i.e. f_t is an integrating factor

$$\text{Price} \quad r \quad \rightarrow \quad q = B^T r \quad \rightarrow \quad p = A^T q = (A^T B^T) r$$

※直観がはたらかないと明らかに馬鹿げた結果を見過してしまう。



※Debreu以降のデジタル化・公理化とこれに経済学は経済学をイデオロギーから一見自由にしたが、他方で勝ち得た尊敬と社会的影響力とは裏腹に経済学者をその社会的責任から無頓着にした。

報告 6 大学教育における数理科学教育の現状と課題

大阪大学 大学院理学研究科
教授 宇野 勝博

高橋哲也教授 (司会) :

次の講演は、「大学教育における数理科学教育の現状と課題」というタイトルで、大阪大学の全学教育推進機構の宇野勝博先生から講演を頂きます。私は今、日本数学会の教育委員会の委員長というのをしています、その前に宇野先生が委員長をされておりました、今教育委員会でも一緒なんです、これとは別に大学教育学会というところで、課題研究をしています、その中に特に数学リテラシー教育について調べておりました、その話も含め、今日は話を頂くということになっております。それでは宇野先生、よろしくお願いします。

宇野勝博教授 :

どうも皆さん、こんにちは。大阪大学の宇野と申します。プログラム等で理学研究科となっていて、そちらにも所属しているのですが、実際はここに書かせて頂きましたように、全学教育推進機構というところにいます。先ほど高橋先生の方からご紹介頂きましたが、私の今までの経緯を少し述べさせていただきます。40歳になるぐらいまでは一生懸命数学の研究をしていて、今も一生懸命やっていますが。その後10年ほど大阪教育大学にいて、そこで例えば小学校、中学校、高等学校の実際の教育現場を見る機会、あるいは教員養成はどうあるべきかを考える機会も得まして、最後は附属の管理職もやっておりましたので、保護者対応から修学旅行、遠足の引率まで、そういったものまで含めて色々やらせて頂いた後、3年ほど前に今度は全学教育推進機構という大学教育全体のことを考えることを仰せつかりました

ところです。多分今日の話も、その辺をあちこち飛んでまとまりのない話になってしまうのは、目に見えていますが、どうかご了承頂きたいと思います。



また、先ほど紹介がありましたように、日本数学会でも教育問題をずっと扱っています。最初は浪川先生、森田先生も活躍されておられまして、それを全体的に引き継げるかどうか分からないままでやらせて頂いています。それから大阪府立大の高橋先生がおっしゃったように、大学教育学会で、3年目になりますが、「学士課程教育における共通教育の質保証」という課題研究がありまして、その中に四つサブテーマがあるのですが、サブテーマ2として、「数理科学分野における共通教育の質保証」というのがあり、そのメンバーに加えて頂いております。この課題研究では、間接評価とか、直接評価とか、マネジメントの問題などの学士課程教育の様々な問題を研究して、その中でサブテーマ2は数理科学分野に特定して、そこで実際のマネジメントなり、評価なりを具体的に考えようということ始めたものでございます。

最初は長崎先生のお話とか、色々なところから出てきました数学的リテラシーです。これは、

ずっと以前から PISA の調査とか、あるいは中央教育審議会の方でも言われていますように、様々な文脈において、どういうことが大切なのかについて、今までも色んなところで議論をされておりました。その中で今回は、大学教育学会で行いました調査の方からお話したいと思っております。すみません、一つ忘れていましたが、今年の 8 月に中央教育審議会の教育課程企画特別部会に、やはり PISA の流れから、理解力とか解釈をする力とか、数学的論拠に基づく判断力とか、表現力とかがこれから問題であると書かれています。この辺が共通認識としての議論のスタートポイントではないかと思っています。

さて、ようやく大学教育学会の話です。まず、各大学に大学教育学会の課題研究全般として、様々なことをアンケート調査するということがございましたので、その質問の中に数学的リテラシーに関する教育目標についても入れて頂きたいというお願いをし、最終的に、215 の大学に対しアンケート調査が昨年 4 月から 7 月にかけて行われました。最初は素朴にそういったデータを集めることによって、最大公約数的に、どういうことが行われているのか見えてくるであろうと思いました。そこから何が適切かを、先ほどの中央教育審議会の文章などに照らし合わせて、うまくモデル化と言いますか、指針となるものが作れるのではないかという目論見で始めました。全学の教育目標として、三つのポリシーが言われていますが、そういったところで教育目標が何なのかということ、各大学は考えています。実際その中では数学的リテラシーの教育について、どうなっていますかという問いをしたわけです。

結果を見て頂くと分かりますように、数学的リテラシー教育が教育目標に位置付けられていますかという問いに対して、「とてもそう思う」というのは 2%、「まあそう思う」が 16%、

「あまりそう思わない」がほぼ半数で、「全くそう思わない」が 3 分の 1。すなわちこれと言うと、16、7、8% 辺りが位置付けられていると回答していますが、残りはそう思っていない、つまり、位置付けられていないと回答しているわけで、この辺から既に私たちの目論見から外れてきてしまうわけです。大学の設置形態別で国立、公立、私立、短大で分けた結果を % ではなくて数で表記したものは、どこも似たようなもので、「とてもそう思う」は、私学では実際少しあるだけです。「まあそう思う」がやはり私学ではそれなりにありますが、公立や短大では非常に少なく、圧倒的に「あまりそう思わない」、「全くそう思わない」が多いということです。

次の問といたしまして、数学的リテラシーに関する科目についてです。これは専門科目以外で、学部共通教育のレベルでそういった科目が開講されていますかという問いです。これも回答数 216 の大学で、半分を少し超えるところが「はい」で 56%、「いいえ」は 44% ということになり、設置形態別に見ますと、私立が「はい」の数が多いわけですが、また、国立も少し多めですが、公立や短大は、「いいえ」の方が多いという状態になっております。では、数学的リテラシーに関する科目はある、目標にはなくても、科目はあるということですから、実際の科目の状況を見ます。必修ないし選択必修の割合をご覧ください。選択必修は、どういう科目と組み合わせ、その中から選んでいるのかによりますから、もう少し詳しく見ないと本当はいけませんが、少なくとも必修と選択必修の割合の合計でも約 3 割。取っても取らなくてもいいというのが 44.6%、そして学部・学科によって違うというのが 4 分の 1 程度の状況になっております。

次に開講数です。これは科目の数を単純に見たわけですが、これが大学全体で 3 科目以下というのが 74.0% ですから、4 分の 3 ぐらいです。

たくさん科目が置いてあるのはごくわずかであるということです。ただ、それぞれの大学で、どういう方が答えているかというのもデータとしては持っていますが、全学教育的なところのトップの人であったり、授業担当の人であったり、あるいは教務係の人が答えているような場合もありまして、実際そこはバラバラであると思います。

次に、科目内容をもう少し詳しく見たいと思います。大きくは数学の共通教育科目ですが、次の三つに分けられるのではないかと考えております。1 番目は専門の基礎。これは主に理工系、あるいは社会科学系、社会学、あるいは経済学の方でも専門科目への接続ということで、1 年生あるいは 2 年生の時に、共通教育の中で数理科学、あるいは数学、統計学も含めて開講されている専門の基礎としての科目があります。2 番目が教養科目として。これは具体例を後で出しますが、いわゆる生きて行く上と言うと少し大げさですが、そういった教養としての科目。それから 3 番目が全学士課程対象の科目です。余裕があればこういうのを知っていただいいでしょうという科目が 2 番目の科目ですが、いわゆる市民として、あるいは社会人として大学で学んだということの一つの結果として持っているべき資質・能力を育む目的で設定していると思われる科目が (3) です。(2) と (3) の差はあいまいと言えぱあいまいです。具体的にどんな科目が開講されているかについても、アンケートで調査をしております。本当はこういう科目があると云われた大学のシラバスを全部読み込んで、それが何であるか、(1) なのか (2) なのか (3) なのかを判断するべきだと思いますが、申し訳ないですが、そこまではできておりません。科目名だけ見て、こうではないかと、こちらが推測しているに過ぎません。例えば、確率入門とか統計解析とか、経営数学、基礎線形代数とか、情報処理統計学

実習は恐らく専門の基礎としての科目であろうと推測している科目です。それから 2 番目の教養科目です。これは典型的なのは最後の「数学の美しさと面白さ」です。それから「数学との出会い」、「素数の不思議」。少なくとも「素数の不思議」は、専門の基礎ではあり得ません。「数学する楽しみ」、「ゲームとパズルの数学」。これも非常に微妙なところですが、こういった科目は恐らく教養科目として考えておられるのであらうと思います。それから 3 番目のところですが、全学士課程対象の科目として、恐らく立てていらっしゃるのであらうというのが、「コンピューターリテラシー」、「統計リテラシー」、「数量スキル」、「統計的思考の基礎」、「数的処理」、「数的思考」、「数理的思考の基礎」、「数学の思考法」、「数学的活動」、「課題解決入門」という科目群です。そのあたりはその後手分けして三つの大学に訪問調査を行いまして、こういった状況であったのかを大学教育学会を通じて公表する予定にはなっておりますが、実際に担当している先生を初め、何をここで教えているのですかとお聞きしても、基本的にはそれは担当する先生に任されているという回答が多いです。これは、実態としては数理科学に限らなくて、科目そのものについてもそうかもしれません。例えば、昨今大学にこれをやれ、あれをやれと色んな外圧的なことがあります、やると決めるのは大学の本体ですけれども、実際はその後どんどん下に降りて行って、この学部でやってください、この機構でやってくださいとなって、またその中であなたは数学だからやってくださいとなり、段々降りて行くうちに、どれだけ理念が理解されているのかが非常にあやふやになり、最終的には個々の教員が、じゃあ数学的リテラシーっていうのなら、こういうことをやっておけばいいでしょうというような感じになっているのではないのでしょうか。大学のトップの方がその科目が一体どうい

う意味付けで実施されている科目なのか、大学全体の教育課程の中でこういった位置付けなのかということを理解されていると感じた例は、正直ほとんどありません。従いまして、我々最初の目論見、先ほど申しあげましたように最大公約数的なものを見出しモデル化しようとしたわけですが、そもそもそのモデルが存在していないのではないかという感覚になっておりまして、課題研究最後の年である今年、大学教育学会で、高橋先生を中心に発表されますが、どのように結果を発表するのか、これからまだ議論が必要なところでございます。どのような考え方を教えるのか、スキルを教えるのか、あるいは、分かることを要求するのか、できることを要求するのか、将来必要となる能力とは何か。非常に抽象的に書かせて頂きましたけれども、結局このようなことが、ポイントになって参ります。

また、現実問題として先ほどから話が出ておりますように、高等学校までの数学と言っても、必修は数学Ⅰまでです。そうすると、多くの高校生にとって数学Ⅰを学び終わった、あるいは一部の大学を受ける人にとっては、数学ⅡあるいはB、Aも含めてですが、学び終わった時点で、数学の勉強は終わったという印象を持っているのではないのでしょうか。つまりそれ以降の数学は、必要とする人だけがやればいいのかとといった印象を持っているような気がしてなりません。実際、嫌な科目というのは大抵、いつになったら終わるのだと思ってしまいます。私は体育についてはずっとそう思っていました。ようやく大学の1回生か2回生で、これ以上体育はしなくていいと分かった時は非常に嬉しい思いがありました。もし、それに近いものがあつたら、高校で最後まで終わったような科目を、大学でもう1回選択させられるのはどういうことだという感覚が、根底にはあるのではないかと考えています。

何でそれを学ぶのかについても、先ほどからも色々お話が出ています。しかし、つい最近でさえも某県の知事が高校生で三角関数を学ぶ必要があるのですかとおっしゃいました。これは別の文脈でおっしゃったもので、そこまでは申しあげませんが、花の名前を覚える方がいいのではないかなというようなことをおっしゃいました。このように、世間的にもそこまでやなくても、というのがありまして、高校が終わるまでの数学の内容についてさえも、長崎先生の話にもありましたが、微積、指数、対数まで本当にいるのかという考えが根強い話としてあります。ただ、何のためにというと、これは正直もちろん人によって違うわけです。かなり古い話ですけれども、広中平祐先生がフィールズ賞を取った時に、今回のノーベル賞でもありましたが、「先生の業績は何の役に立つのですか」と質問されました。私、広中先生がどう答えるか、その時非常に興味がありましたが、先生は、「私には十分役に立っています。あなたにとって役に立っているかどうかは私に聞くよりもあなたの方が良く分かるでしょう」とお答えになって、さすがだなと思いました。何のために学ぶかは、人によって違うわけですが、ただ、共通教育でやるとするならば、しかも大学に行って学ぶとするならば、何等かの共通内容、今日の先生方の話を聞いていても統計的な側面であるとか、あるいは盛山先生の数理社会的な面とか、やはり何かはあるべきではないかとの思いは、まだ具体的ではありませんが、あります。例えばアメリカでも数年前に“Math for all”という、全ての人のための数学とかいうような話もありましたので、日本でもそういうものを作るべきではないかと思います。

話としては古くなりますが、この点に少し関連して、私が良く思い出すのは1950年代から60年代のことです。今から50年、60年前ですが、その頃の高校進学率というのは恐らく、

50%, 60%台だったと思います。その時は、中学校3年生で三角比を教えておりました。それから頂点が原点以外の二次関数も勉強しておりました。従いまして、そういった時は中学校でもう社会に出て行く人が約3分の1以上いるという前提で、それ以外の人は高校、あるいはそこからまた大学へ行くという前提で指導要領なり、カリキュラムが作られていました。それを考えますと、大学への進学率が50%後半から60%になっている今は、高校で数学を終わる人のためには、どういうカリキュラムが適切なのか、それから大学へ行く人にはどういうカリキュラムが適切なのかということを、以前にしていたように、考え直すべきなのではないかと思います。昔、数Ⅱでも数ⅡA・Bとあり、大学に行く人は、数ⅡBを学び、そうではないところへ行く人は、数ⅡAという科目も並立してあって、どちらかを取るという時代もありましたので、そういったことも考えるべきではないかと思います。

次の話題ですが、先ほどの課題研究サブテーマ3の間接評価のチームで今年の6月から7月にかけて、色々な種類の問題を大学生にテストされました。その中で数理科学的な問題を作成してほしいというご依頼がサブテーマ3チームからございまして、サブテーマ2の方で作成しました。問題をそのまま書きました。「A, B, C, 三つの都市の面積と2003年, 2010年の人口を表にしたものです。2010年に人口密度が9,000人を超える都市を全て選びなさい」という問題です。学会でこういう問題で調査したと言うと、真っ先に來たご発言は大学1年生の数理的リテラシーの問題で、人口密度の問題が正しい問題設定なのですかというご意見でした。これは解答時間5分間で、電卓を使用できません。正答率5割いきませんでした。誤答は45%で無回答もあります。これをどう分析するかというのは、これからことです。この中で数学

の例えば入試問題等作題ご経験のある方がどれくらいいらっしゃるかわからないですが、我々はこういう時は、非常に微妙な数字設定をいたします。この問題では最初は「人口密度が9,500人を超える」にしていたのですが、そうすると、二桁に計算が増えてくる可能性があるのです、それによる計算間違いを排除するとか、色々なパターンを考えまして、5分間で大体このぐらいの計算量になるだろうということになり細かく検討します。だから出てくる数字も全部見ます。それからもっと細かいことを言いますと、多分私よりも詳しい方がいらっしゃると思いますが、掛け算が入って来るとき、7の段の掛け算を必要とすると、正答率は若干下がります。7の段の正答率が一番低いのです。だから同じような問題でも、数字を変えてしまうと比較していいのかどうかという問題が出ます。センター試験もそうだと思いますが、かなり色々な角度から見て問題設定し、モニタリング等を行って作題しているわけです。単純に、人口密度の問題ではなく、計算技術の差や知識自体のみの差が出ず、与えられた問題を数理的に処理する能力が結果として現れるように設定しているわけです。それでもこの結果になってしまったということです。

次に、これは少し古い話なのですが、日本数学会で2011年、これは震災の年ですが、約6,000人の大学初年次の学生を対象に4, 5, 6月に基本調査というものを行いました。後でいくつか問題をご紹介しますが、震災の中で、東北地方の大学で行って頂けるか非常に心配しましたが、実際は多くの皆さんに協力して頂いて、かなり多くの大学でこの調査ができました。末尾のところに日本数学会のホームページのアドレス、URLを書いておきます。そこで、どういうふうの問題設定したかとか、どう採点したかとか、どういう解答にどういう評価したかというのをかなり詳しく説明した、何十ペー

ジカの報告書をあげております。統計的な分析は、統計数理研究所にお願いして、色んな相関関係を調査して頂いております。48の大学を国公立とか私立とか、あるいは理工系か文系かと分けておりますが、これは日本数学会がそういうふうにあなたのところは私立 B ですよなどと言っているわけではなくて、あくまでもベネッセが分類しているのに従っております。第1問。「ある中学校の3年生の生徒100人の身長を測り、その平均を計算すると163.5cmになりました。この結果から、確実に正しいと言えることには○を、そうではないものには×を、左側の空欄に記入してください」。(1)は、身長が163.5cmよりも高い生徒と低い生徒は、それぞれ50人ずついる。(2)は、100人の生徒の身長を合計すると、16,350cmになる。それから3番目は身長を10cmごとに区分けすると160cm以上、170cm未満の生徒が最も多い。この問題を設定した時は、実は先ほどから出ているPISAのことが頭にありまして、PISAの問題は、100%公開しているのではありませんが、似たような問題がありました。クラスの身長を測ってみたが2人休んでいる生徒がいて、その人が登校してきた時にその人の身長を測ってもう1回やり直したら、どうなったかというようなことを選ばせるような問題です。そこまで複雑化するのはためらいがありまして、日本数学会の問題も5分以内で解く設定なので、もっと簡略化したわけです。実は別の高校生の調査で、いくつかデータを出して、この平均を求めなさいという問題がありました。これも、いわゆるランダムサンプリングではありませんが、正答率90数%でした。つまり、平均は計算できるので。だけど、社会学系、あるいは経済学系の先生方との話の中で、学生が平均値、最頻値を分かっていないように思われてならないと聞いたことがありましたので、その辺の実態を知りたいということもあり、この問題を出しました。

一方、国研(国立教育政策研究所)、文科省でされている全国学力調査では、A問題、B問題とあるのはご存知だと思いますが、A問題は割と正答率が高いです。典型的な例ですが、底辺と高さがいくらの平行四辺形の面積を求めなさいという問題の正答率はかなり高いです。どちらかと言うと、どうやったら間違えるのかなと思うような問題です。けれども、地図が書いてあって、そこにある公園が平行四辺形の形をしていまして、その面積を出しなさいというB問題にあった出題では、底辺の長さとは高さだけではなくて、色んなところの値が与えられていて、どれを使えば正しく求められるかというような設定でしたが、これは、ガクンと正答率が低くなっているはずでした。そういったのを意識した問題でした。

また、より複雑な統計学の内容については渡辺先生からたくさんお話がありましたが、数学と統計学の差のようなものがあり、データがあれば平均は出せますよと言うのが数学で、非常に荒っぽい言い方をさせていただきますと、データを見て、ここから何を言えるかが統計学だと思えるわけです。その意味で、統計学サイドに立った設問にしてみた次第です。

この問題の正答率をご覧の通りです。国立S、これは大体旧帝大系ですが90何%ですし、私立Cは50%をようやく少し超えているぐらいです。この問題は全体として90%以上の正答率を期待したのですが、70何%でした。後からも出ますが、案外低いのが教育学部です。理工系と社会学はいいですね。これは1年生を対象とした調査なので、一定の学部ではなくて、色んな学部の人が集まっている数学の授業で実施された先生もあると思うので、その辺の区分けが難しいところですが、教育、文学が低めに出しております。

それから次は論理の問題で、やはり確実に正しいと言えるものに○、そうでないものは×と

いう問いです。これはすぐには分かりにくいです。「公園に子ども達が集まっています。男の子も女の子もいます。よく観察すると、帽子をかぶっていない子どもはみんな女の子。そしてスニーカーを履いている男の子は 1 人もいません」。このときに「男の子はみんな帽子をかぶっている」は絶対に正しいと言えるか。「帽子をかぶっている女の子はいない」。「帽子をかぶっていて、しかもスニーカーを履いている子どもは 1 人もいない」は絶対正しいと言えるかどうかという問いです。これは正確なことは忘れましたが、どこかの公務員の採用試験の論理の問題をモディファイしたという経緯があったと思います。これも正答率は 80 何%ですね。なかなか少ない。正答率と誤答の関係は、報告書を見て頂ければよろしいかと思います。

結局一番感じるのは、今日渡辺先生がおっしゃっている統計的なこと、それからデータの見方。そして、さっきのスニーカーと帽子の問題で必要であったような論理力、その辺りの内容は、少なくとも必修科目に近い形で、大学にも置くべきではないかということです。

最後に、小学校の先生について述べます。ここからは古いデータですが、2007 年に大阪府の小学校教員のデータを取りますと理系出身は 13%、文系は 87%でした。それからベネッセの調査で、小学校では市販のプリントの利用率がどんどん上がっていております。教員養成課程のかなりのところで数学は入試の必修ではありません。それから国立大学出身の小学校の先生も減っております。この状況を見ると、どこまで数学を学んで、小学校の先生になっているのかという問題は、私はもう少し考えるべきではないかと思っております。先ほど、長崎先生は小学校の先生は本当に勉強しておられるとおっしゃっていました。それは事実だと思いますが、小学校の先生にも専科がありまして、国語専門とか、社会専門とかあるわけですが、

算数専科でない先生が、算数の授業研究をしておられるというのは見たことがありません。ご自身の専科の科目の授業研究をしておられるのがほとんどです。算数専科とされている小学校の先生は、大阪府のこのデータでは、恐らく 1 割を超えてはいないと思います。そうすると、小学校の先生が全体として算数の授業研究をどこまでされているのか不安を感じます。でも小学校の先生へのアンケートでは、これもベネッセの調査ですが、算数は一番指導に不安を感じていないとなっています。社会は知らないことがあったら困る。理科は非常に不安。国語も解釈で間違ったら不安。でも、算数は自信ありますと答える先生が多いのです。本当ですか、本当に分かっているののかなと思います。

話があちこちに飛んでしまい、また、時間も超過してしまい申し訳ありませんでしたが、これで私の発表を終わらせて頂きます。ありがとうございました。

高橋哲也教授 (司会) :

宇野先生、ありがとうございます。

大阪大学
OSAKA UNIVERSITY

22世紀に輝く
国際的な多文化の創造

大学教育における数理科学 教育の現状と課題

2015年10月26日(月)
数理科学教育の新たな展開

大阪大学 全学教育推進機構
大学院理学研究科
宇野 勝博

OSAKA UNIVERSITY

自己紹介

- 日本数学会 教育委員会
(2012.7～2015.6 委員長)
- 大学教育学会 課題研究 (2013～2015)
「学士課程教育における共通教育の質保証」
サブテーマ2 研究メンバー
「数理科学分野における共通教育の質保証」

大阪高等学校数学教育会 顧問
大阪教育大学附属 高等学校天王寺校舎・天王寺中学校
学校評議委員、SSH運営指導委員

2

OSAKA UNIVERSITY

数学的リテラシーの必要性

—PISA調査、中央教育審議会(2014)

数学的リテラシーの定義 (PISA2012)

様々な文脈の中で**定式化**し、数学を適用し、**解釈**する個人の能力であり、**数学的に推論**し、**数学的な概念・手順・事実・ツール**を使って事象を**記述**し、**説明**し、**予測**する力を含む。

3

OSAKA UNIVERSITY

高等学校で育むべき資質・能力(仮案)

数学における基本的な概念や原理・法則の体系的**理解**
 数学事象を**数学化**したり、数学的に**解釈・表現**したりすること
 事象を数学的に**考察・表現**し、**数学的論拠**に基づいて**判断**し問題を**解決**したり、数学的な考え方を発展させたりする力
 数学のよさの認識、**数学的論拠**に基づき判断する態度など
 (中央教育審議会 教育課程企画特別部会 資料 2015年8月)

4

OSAKA UNIVERSITY

1. 大学教育学会課題研究での調査

2014. 4～7月

全学の教育目標に数学的リテラシーに関する教育目標が位置づけられていますか？ (回答数 215)

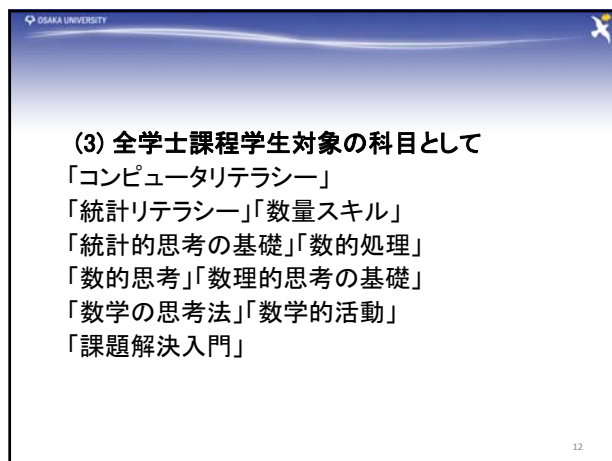
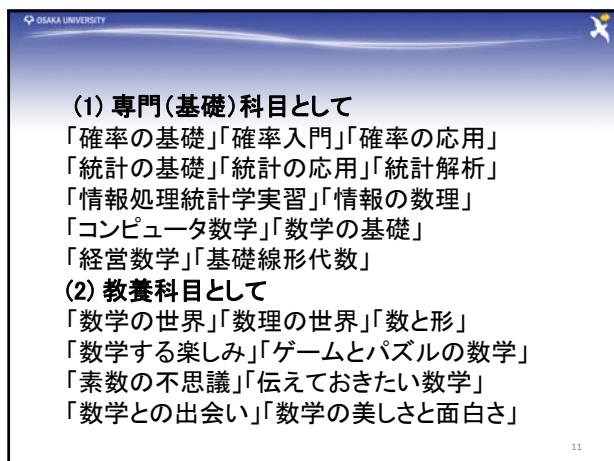
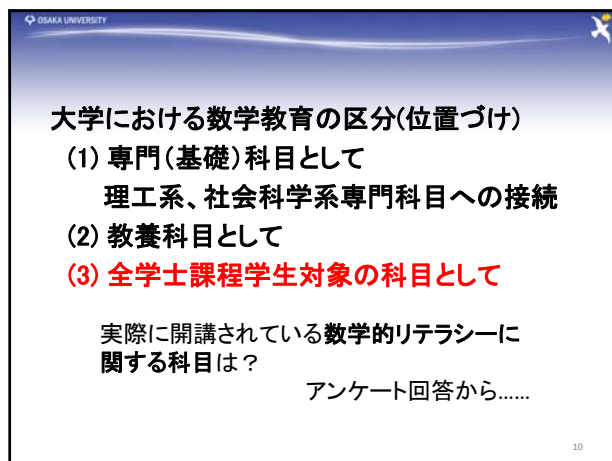
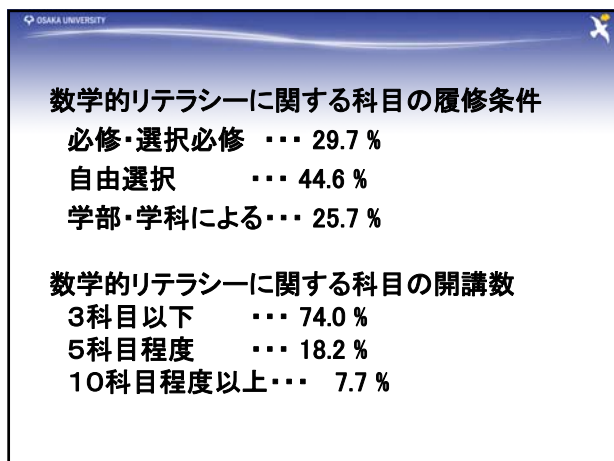
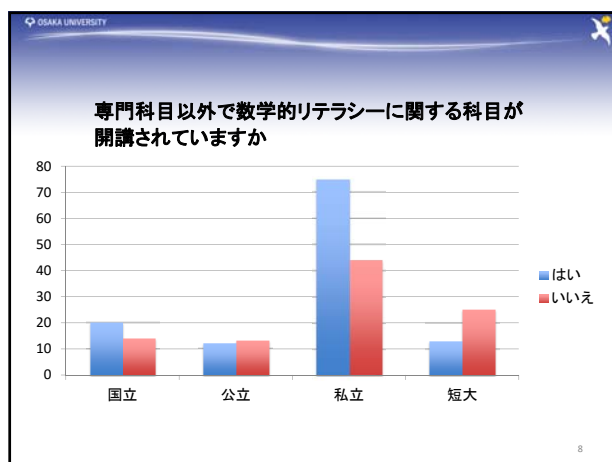
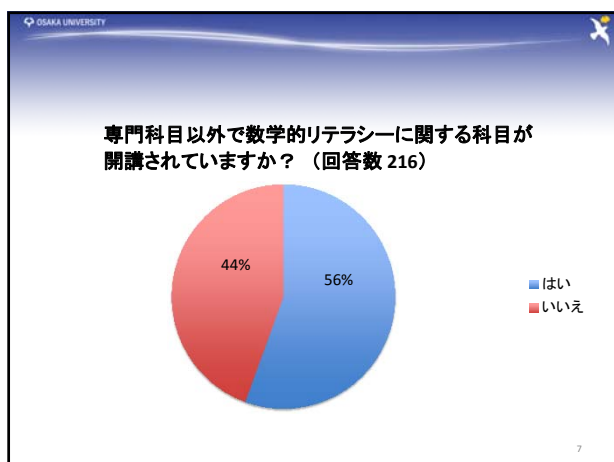
回答	割合
とてもそう思う	2%
まあそう思う	16%
あまりそう思わない	49%
全くそう思わない	33%

5

OSAKA UNIVERSITY

全学の教育目標に数学的リテラシーに関する教育目標が位置づけられていますか

6



OSAKA UNIVERSITY

実態はどうなっているのだろうか？

内容は個々の教員に任されているのではない
か？

数学的リテラシーを育成する科目は適切にマ
ネジメントされているのだろうか？

13

OSAKA UNIVERSITY

どのような考え方の元に
数学的リテラシー科目を設計するべきか？

考え方 か スキル か？

分かる か できる か？

将来必要となる能力とは何か？

14

OSAKA UNIVERSITY

2. 大学生の実力

大学教育学会 課題研究
「学士課程教育における共通教育の質保証」
サブテーマ3 「共通教育における学習成果の間接評価」
で実施した調査 (2015.6～7月実施)における設問

下の表は、A, B, C 3つの都市の面積と2003年と2010年の
人口を表にしたものです。2010年に人口密度が
9000人/km² を超える都市をすべて選びなさい。

都市	A	B	C
面積 (km ²)	221	144	437
2003年の人口(千人)	2624	1290	3519
2010年の人口(千人)	2661	1410	3672

15

OSAKA UNIVERSITY

2010年に人口密度が9000人/km² を超える都市を
すべて選びなさい。
(電卓使用不可、回答時間5分程度を想定)

正答	259	48.6%
誤答	241	45.2%
無回答	33	6.2%
合計	533	100.0%

16

OSAKA UNIVERSITY

大学生数学基本調査

日本数学会 2011年実施

目的: 大学生の数学、特に論理力についての
実態把握・問題意識の共有

- ・小学校、中学校 ～ 高等学校1年次の範囲
- ・論証的な文章の理解力、論理的説明能力
- ・数学的イメージの言語的表現力(数学用語の理解)

OSAKA UNIVERSITY

- －調査対象者数 5946 人
- －調査クラス 90 クラス
- －調査大学 48 大学

	国S	国公A	国公B	私立S	私立A	私立B	私立C
学生数	1041	2203	698	230	823	596	343

系	理工	文学	社会科学	教育	保健衛生	学際	混合
学生数	2502	202	853	1179	391	251	530

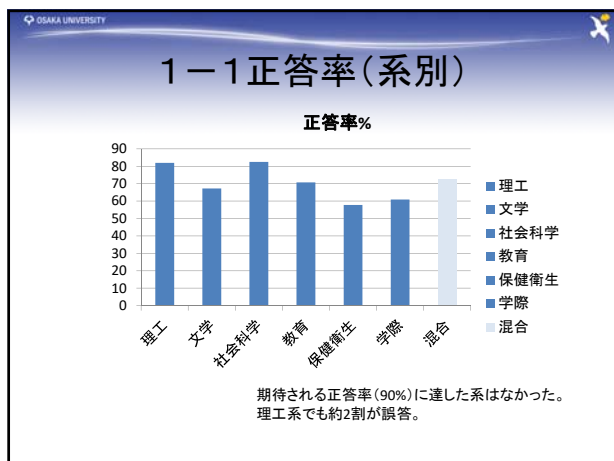
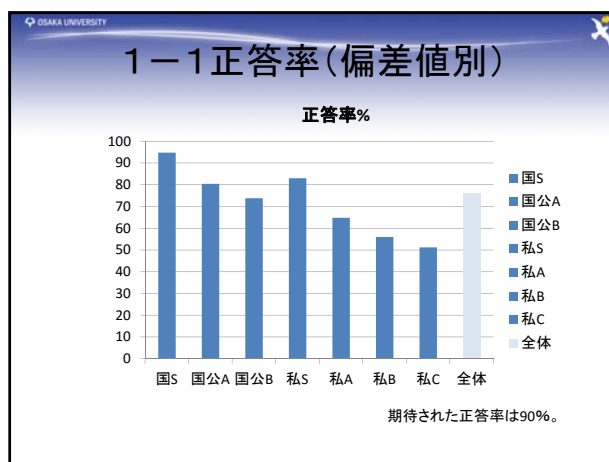
※S,A,B,Cはベネッセのマナビジョンで提供されている
大学の入学難易度別の分類に従った。
※どの偏差値群にも理系・文系のどちらも含まれている。

OSAKA UNIVERSITY

1-1 ある中学校の三年生の生徒 100 人の身長を測り、その平均を計算すると 163.5 cm になりました。この結果から確実に正しいと言えることには○を、そうではないものには×を、左側の空欄に記入してください。

- (1) 身長が 163.5 cm よりも高い生徒と低い生徒は、それぞれ 50 人ずついる。
- (2) 100 人の生徒全員の身長をたすと、 $163.5 \times 100 = 16350$ cm になる。
- (3) 身長を 10 cm ごとに「130 cm 以上で 140 cm 未満」・・・のように分けると、「160 cm 以上で 170 cm 未満の生徒」が最も多い。

19



OSAKA UNIVERSITY

1-2 次の報告から確実に正しいと言えることには○を、そうでないものには×を左側の空欄に記入してください。

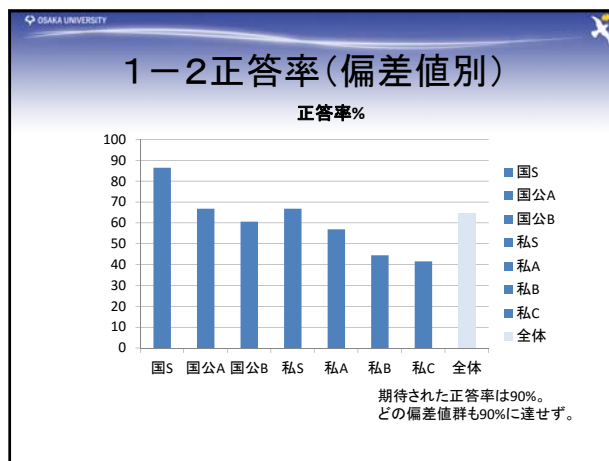
22

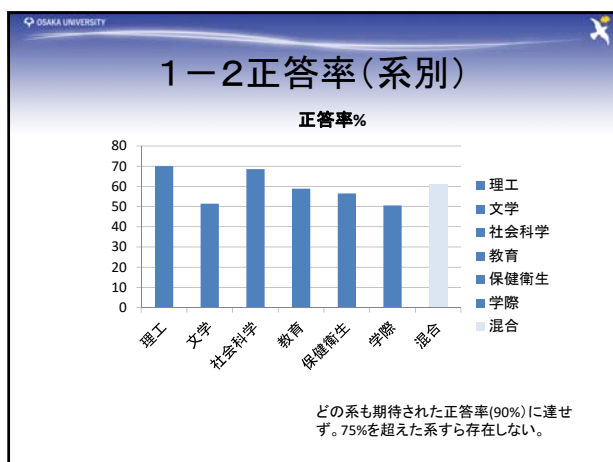
OSAKA UNIVERSITY

公園に子供たちが集まっています。男の子も女の子もいます。よく観察すると帽子をかぶっていない子供は、みんな女の子です。そして、スニーカーを履いている男の子は1人もいません。

- (1) 男の子はみんな帽子をかぶっている。
- (2) 帽子をかぶっている女の子はいない。
- (3) 帽子をかぶっていて、しかもスニーカーを履いている子供は、1人もいない。

23





OSAKA UNIVERSITY

正答率に関する最大の因子は

- ①偏差値群
- ②入試数学の形式

- 偏差値が下がると、正答率が顕著に低くなる。
- その傾向は記述式問題でより顕著である。
- 理系・文系の別より、偏差値や入試形式の方が影響が大きい。

- OSAKA UNIVERSITY
- ・ 誤答の類型①
 - 例示と論証、類推と論証の区別がつかない
 - 主観的な印象と客観的な性質の区別がつかない
 - 入試で数学不受験すると上のような誤答に陥りやすい。
 - ・ 誤答の類型②
 - 数学用語を正しく用いることができない
 - 重要な特徴が何かの判断がつかない
 - マークシート方式のみで受験すると上のような誤答に陥りやすい。

OSAKA UNIVERSITY

私案

論理力、統計的リテラシー、データの見方を含む内容を全学士課程学生の**必修科目**とするべきではないか？

1 または 2 単位程度でも意味があるのではないか？

それ以上レベルの内容は**選択科目**

OSAKA UNIVERSITY

文系学生が小学校教員に

- ・ 大阪府小学校教員：理系約13%、**文系約87%** (大阪府教育センター「大阪と科学教育」2007年発行)
- ・ 小学校での市販プリントの利用率：**68%(2002年) → 75%(2007年)** (ベネッセ)
- ・ 小学校教員養成課程(国公立55、私学156大学)のうち、多くの課程、特に私学のほぼ全てで「**数学**」は**入試の必須ではない** (2010年度)
- 参考：小学校教員採用者のうち国立教員養成系出身 **59%(2001年) → 41%(2010年)** (文部科学省)
- ・ 小学校教諭になるために大学で学ぶ数学は通常2単位何を学ぶのが重要

小学校教員の**86%**は、**算数指導に不安を感じていない**(ベネッセ2008年)

OSAKA UNIVERSITY

参考資料

高橋哲也：学士課程教育における数学的リテラシーの考え方について、大学教育学会誌 第37巻 第1号(通巻第71号) pp.39-44、2015年5月

第1回大学生数学基本調査報告書、日本数学会 教育委員会、2013年3月、<http://mathsoc.jp/publication/tushin/1801/chousa-houkoku.pdf> ご清聴ありがとうございました

質疑・討論

浪川幸彦教授 (司会) :

それでは、再開いたします。最初に、まず講演者の方で何か補いたいことがございましたら、ごく簡単をお願いいたします。なければそれでも結構ですが、いかがですか。

長崎栄三名誉所員 :

ちょっとよろしいですか。

浪川幸彦教授 (司会) :

はい、どうぞ。

長崎栄三名誉所員 :

2点ほどお願いいたします。一つは、「高校と大学学部で必要な数理科学の接続へ」ということです。主に高校の方での改革の必要性を述べました。けれども、今日お聞きしてしまいました、大学のいろいろな試みもご紹介されておりました。例えば大学で多様な学生に応える工夫などです。そのようなことも含めて議論ができたらいと思っています。もう一つは、「数理科学教育と現実世界」に関してです。現実世界を考えると、数理科学は社会的な価値と関わってくるのではないかと思います。数理科学教育で社会的な価値をどう考えて行くのかということも、重要な論点ではないかなと思います。以上です。

浪川幸彦教授 (司会) :

ありがとうございました。他の方、よろしいですか。

それでは会場でご質問のある方、お願いいたします。



フロア :

非常に興味深い話をありがとうございました。お話を伺っていると、特に社会学、経済学に関して、もちろん専門基礎教育のところでのどういうふうな話なのかというふうな形になって、それで先ほどのように市民としての必要性という話になっていたかと思うのですが、切り口が変わるかと思えますけれども、いずれにしろ、この相手が非常に進展している中で、数式処理システム、あるいは統計処理システムをいかに教えるのかという観点があるかと思っています。特に専門基礎の場合は、ごちゃごちゃした式を追うことにアレルギーを感じるわけですので、そこはもう数式処理システムに押し付けてしまえと。そういうふうにするによって、強調されたり直観にアクセス、アプローチするというふうなことがあろうかと思っていますけれども、そのような実践はあるのでしょうかというのが質問の1点目です。それで、2点目の質問です。これは特に渡辺先生になるかと思うのですが、諸外国との比較で見た時に、諸外国ではIT化が進んでいるけれども、日本は遅れているとおっしゃったのですが、具体的にどういうソフトとアプローチをされている

のでしょうか。特に統計なので恐らく統計のソフトということになると思われますけれども、デファクトスタンダードなソフトがあるのでしょうか。それともてんでバラバラなのでしょうか。もし、ご存知であればお教え頂ければと思います。

浪川幸彦教授 (司会) :

はい、ありがとうございます。第1の質問は盛山先生と秋田先生のおふたりということですのでよろしいですね。それでは、よろしくお願いします。



盛山和夫教授 :

まず私の方から。社会学の専門基礎教育レベルでは、それほど高度な数学はあまり必要としておりませんので、従って必ずしもわざわざ直観にということをしなくても、丁寧に数式を解いていくぐらいでいいかと思っています。数理社会学レベルで、少なくとも社会学レベルでは、経済学ほど高度ではありませんので、そういう点から言うとむしろやはり丁寧に、実際に数字を入れていて、自ら解いていく。自ら数式を展開していくという力の方が、私は社会学の学生には必要な知識であると。これは相対的に、今それぞれの学問で何が重要かというレベルで、ちょっと違って来るかなというふうに考えています。

秋田次郎教授 :

経済学では、質問者も良く御存知かもしれませんが、例えば政府の将来予測や現状分析等でも、いわゆる動学的・確率的マクロモデルに基づいて計算される場合があります、それはしばしば解析的には解けません。解けませんので、数値シミュレーションを行う必要があります、それを動かすスキルと申しますか、例えばマットラボ (MATLAB) 等のソフトウェアを使いこなす能力が求められます。特に大学院生ですと分野によってはそれは必須ですし、学部でも気の利いた大学では、多少それに向けての教育を施しておられるのかもしれませんが。さて、数値シミュレーションの際には直観の果たすべき役割があり、色々な要素がひとつのモデルの中で作用しますので、一体どれが効いて、この結果を導くのかという、その狙い目のようなものを、きちんと把握する必要があります。シミュレーションは解析解とは異なり、色々試行錯誤するにせよ何が効いているかを推測する必要があります、その為にはモデルの構造についての直観的な理解が必要だと思います。お答えになりましたでしょうか。

浪川幸彦教授 (司会) :

はい、ありがとうございます。それではあと、渡辺先生に、諸外国の場合をお答えいただきたいと思います。

渡辺美智子教授 :

今日ちょっと詳しくご説明できなかったんですけれども、ロサンゼルスでは、データサイエンス入門のコースを新しく設けています。このコースは、UCLAの統計学部が中心となって12億円の助成金で開発しています。その計算部分のソフトウェアに関しては、Rを利用したパッケージを独自に開発して提供しています。ソフトを使うことで、出力に至るところまでは

非常に簡便化されますので、データから何をどう分析し、その結果をどう解釈するのかなど、本当に教えなければならない議論に集中できるので、ソフトの提供が一番重要なところかと思えます。Rはフリーで、今、教育機関で注目されていますけれども、多分、文系の学生がいきなりRでやると、敷居が非常に高いのではないかと思います。当初、Rで始めて、1年で断念し、SASのJUMPに切り替えた・・・という話はよく聞きます。私のところはJUMPを使っています。海外では、JUMPよりもMINITABが使われているようです。しかし、いきなり統計ソフトではなく、EXCELなども有効かと思えます。統計分析ソフトではなく、分析機能もある統計教育用ソフトウェアを開発して無料で配布するとか、そういうことも今重要ではないかと思います。

高橋哲也教授 (司会) :

数式処理システム、Mathematica はじめ、無料なものまでもものすごく進んでいて、今の大学の1年ぐらいのものだと全部解けてしまう。ソフトで全部問題が解けるレベルになっていますが、最初に、そっちを使うと、結局何をやっているか分からないで答えだけ出てくると。答えの式自体が一体何を意味しているかとか、その細かい証明とかできなくても、一体何をやっているかは分かってもらわないと。その部分はやはり教えないと困るのではないかなというふうにずっと思っています。ただ実際にその計算という部分にどの程度かけるかということとはもっと考えていかなくてはいけなかなと。初等中等教育から、計算っていう部分にどこまで時間をかけるか。そこはある程度減らしていいのとかどうにかちょっと踏まえて長崎先生、もしお考えがあれば、聞かせて頂きたいと思うんですけれども。

長崎栄三名誉所員 :

今日の発表でありましたように、自己効力感というのを見ますと、日本の高校生は計算については自信を持っているんですね。ただそのような実態と、大学や高校の先生たちが思っていることとのギャップが大きいということなんです。少なくとも国際的に見ると、日本の高校生は計算についてはそれなりのものは持っているのではないかと思います。さらに、日本の初等中等教育の数理科学のカリキュラムは、国際的に見て数式により多くの時間が掛けられていると言われております。ですから、今後、ICTの積極的な活用を考慮して計算についての議論が可能ではないでしょうか。

浪川幸彦教授 (司会) :

ありがとうございました。何か他に、はいどうぞ。

フロア :

宇野先生のご報告でありました通り、色々な大学のカリキュラムを拝見してですね、数学の中で、やはりないんだなと思ったのは数学史。数学の歴史がどうしてないのか、私はずっと不思議で、さっき県知事の話がありましたが、突拍子もないことを言うと、数学何で必要なのかと。数学史の、人類がいかにゼロを発明したか、数字の数え方、色々な文明でどんなことをやってきたかから最近では統計とか確率っていうのは極めて最近の数学であるというその歴史をたどっていくと、全部必要でやってきているわけですね。そういうことを体系的に短期集中講座で学んでいけば、そんな変な発言っていうのは多分出ないと思うんですね。恐らく小学校、中学校、高校と数学史というのを多分一度もやっていないはずなんですよ。数学の教科書でちよろっとあるくらいはあるかもしれませんが。やはり15回とは言いませんけれども、何

回か短期集中で共通教育科目の必修とすれば、私はちょっと改善できるのではないかと思います。日本史とか世界史とかは、これは解釈の問題があつて、非常にややこしいですけども、私はあまり数学史はもめないと思うのですね、解釈で。数学史をカリキュラムとして入れるのはこれは難しいのでしょうか。その辺がちょっと知りたいと思いますので、よろしく願ひします。

浪川幸彦教授 (司会) :

はい、それでは私から、少しお答えしたいと思います。おっしゃる通り、数学史というのは大学で講じてよい科目です。高校でも可能ですが、むしろ大学の教養科目に相応しい科目だと思います。実際大学によっては結構開講されています。私自身今いる相山女学園大学で数学史を講じております。先ほど大学でどういうことを教えるかという宇野さんからの問題提起がございましたけれども、それへのひとつの解答として数学史は十分意味のある話題だと思っております。ただし今、それを全員に必修というところまでは、時間的余裕から難しいかと思ひます。例えば十進位取り記数法は、世界文化遺産のトップでいいものだと私思ふんですね。学生に漢数字使つて割り算やつてみろというと、全然できません。いかに十進記数法が我々人類に寄与しているか、それだけで学生は身染みて分かつてくれます。そうした意味での数学史の講座というのは、十分インパクトもあるものができると思ひます。ただそれを講義しようと思うと、それなりに調べなくては行けないので、数学教員の方で、ある程度の努力が必要になると思ひます。私からは以上です。

宇野勝博教授 :

ありがとうございます。確かに、数学史を絡めると、興味はより増すのかなと思ひます。し

かし、それを科目として立てるとなると、科目が特に理系は多すぎるというご意見がありまして、必修化するのには難しいかなと思ひます。私は、浪川先生もおっしゃいましたように、確かに必要で、知っていた方がいいし、文化遺産でもあると思ひますが、むしろ数学の教員が、これは小中高含めてですが、もっと数学史を勉強して、教員養成課程では数学史の科目を置いている大学が結構あると思ひるので、その科目、単元を習う時に、数学史を意識して、指導ができるようになるのが理想的かなと思ひます。教科書に書かれている数学史は、生徒も興味があつて、先生に聞いても、一部かもしれませんが、教員は、そんなことよりちゃんと式を変形できるように、そつちを勉強しろという方向に行く傾向があるかもしれないので、その辺を改善する方向に行けばと思ひております。

長崎栄三名誉所員 :

教員養成が出てきましたので。ご質問の趣旨に、私は同感です。私の発表の「数理科学教育の目的に沿った教員養成を」という資料にも書いておいたんですけども、数理科学を生成的に考えさせていくということが大事だと思います。今の中等教員の養成課程は、数学をやっていると思ひますけれども、数学がどうやって生まれてきたのかということもやっていらっしゃるでしょうか。

浪川幸彦教授 (司会) :

やっていないでしょうね。

長崎栄三名誉所員 :

ぜひ、数学は人間が創ってきたという意味で、大学で生成的に数学史を学んでいただくと、中等教育の数学の授業も変わるのではないでしようか。

浪川幸彦教授 (司会) :

ありがとうございます。ちなみに私が開講している数学史の講義は、教育学部での中等教育員養成に対するカリキュラムの中で実施しております。他に何かご質問は。

フロア :

全体についてのことだと思うんですけども、数学、数理科学のメリットっていうのは、抽象化をしてモデル化するということにあると思います。逆に言ったら、初学者にとってはできあがってしまったものを聞くっていうのは、特にうちの文系の偏差値もそれほど高くない学生たちにとって、真正性っていうのでしょうか、実際にこの問題を解くことが価値があるんだということを、なかなか分かってもらえないような例題だとか、演習問題をひたすら解かされているという、そのような印象が強いように思うんですね。その辺のところに関して、どういうふうな工夫を先生方はされているのか。目の前の子たちを見て、その子たちに使えるような課題をどうやって探してきているのかという、具体的な課題というよりも、むしろ課題を探す方ですね。その辺のところでは何か工夫とか、あれば教えていただけないでしょうか。

浪川幸彦教授 (司会) :

それぞれの方々が工夫していらっしゃると思うんで、一人二人、もしお答え頂ければと思いますが、いかがでしょうか。実際に、今日の発表自身が、ある程度それぞれのご専門と数学の関わりっていう形でお話されていたので、今の質問の半分は既に答えられていると思うんですが、もう少し具体例、身近な具体例でほしいという、そういうように理解してよろしいですか。



フロア :

身近な具体例というのと、その裏側でもあるのですが、過去問体系が出てきて、先ほど数学者の話もありましたけれども、この問題を解くために、数理科学が発展してきたと。そうすると、小学生から見るともうできあがってきた昔の問題と、それでできあがってしまった問題、ここは議論構築ですね。そのできあがってしまった問題を、目の前の学生の持っている問題にどうやって持っていくのかということですね。私もうまく言えないのですが、そこが本当に、いつか役に立ちますよ、あるいは昔こんなモニュメントがあって、それを教えるんですよになってしまって、実際の目の前の学生たちの問題解決ということになると、ちょっとワンランク置いて、彼らにとってはピンと来ないのではなかろうかと。彼らの持っている問題に対して、どうやって数理科学のアプローチを見せるのかというところで何か、良いアイディアがあればと。ちょっと、うまく言えないですが、要するに彼らの中にある問いに対して、どうやってアプローチするのでしょうかということに対して、何かアイディア、ノウハウとかお持ちであればということです。

秋田次郎教授 :

お尋ねのことにきちんと答えられるか判りませんが、先ほど申し上げた通り、経済学が数

理化したのは戦後の比較的最近ですから、もともと経済学の問題は、あまり高度な数学を使わずとも、ある程度迄は何とか捉えられる筈です。そこで、いつ頃の昔には何をどの程度厳密にどう扱っていたかの歴史を振り返るのは問題が問題として完成してしまう以前の、より身近な姿を理解する上で有益かもしれません。先ほどの不動点定理の例では、当初は方程式と、未知数の数を数えていました。しかしそれだと、あれこれの難点があり、そこでこういう道具立てで問題を立て直しましたという経緯説明です。そんな歴史を振り返っても今さらという面もありましょうが、敢えて振り返り、こういう変遷を経て、元々はこういう問題であったのが精緻化して今日に至っているのだという話をすることは、ひとつの方策と思います。不動点定理だけでなく、他の例についても同様のことが言えないだろうかと個人的には思います。以上でございます。



宇野勝博教授：

お答えになっているかどうか分かりませんが、具体的な問題設定にすると、それに興味がある学生と、興味ない学生はいます。例えば最大値とかの問題を、数学の中でこれから年金がどうなっていくかの問題として扱う。しかし、年金がどうなっていくかを扱っても、18歳の人には、大抵はピンと来ないということもあります。私

自身は、それももっと努力しないといけないと思いますが、難しいなと感じております。それよりはどちらかというと、私は線形代数とか解析とかを教えているので、定理とかがたくさん出てきますが、この定理を使うことによって、例えば計算しなくても、分かるというような例題をできるだけ出すようにしています。実際計算してみたら、値がゼロになることは分かるが、定理を使えば計算をしなくても分かるとか、そういった方法で、定理の意味を何とか理解してもらえないかなというぐらいです。

高橋哲也教授 (司会)：

多分、対象によって違ってくるんだと思うんですね。理系、工学部の学生だと、ちょっと我慢すると、将来はちゃんと分かる。言ってもまあ大体付いて来ると思うんですけれども、経済なんかでもまだ大丈夫なのかは分かりませんけれども、それ以外の要するに社会科学等で、専門の基礎として、数学が必要と思えない学部のところについては、やはり現実の問題とどうつながっているかということがなかなかないと興味を持てないかなと。ただしつながっているからと言って必ず興味を持つかどうかはまた別なんです。やはりそれは何か。本来はそれは算数的活動とか、数学的活動とか、中高でも今はやっているはずなんですよ。なので、今、現実の世界とどう関わりがあるかということは、それが色々な場面で教えて行かないと。先ほどありましたように、結果的にこれはやっているはずですが、一方では PISA でも TIMSS でも、とにかく数学が世の中で、社会の役に立たないと思っている割合は圧倒的に多いので、そこで何のためにやっていると思っているかということ、やっぱりテストのためにやっている割合が高い。それは、日本というこの国の入試、東アジア独特の入試というものが、ひとつ大きな要因だと思うんですけれども、です

のでその部分は逆に言うとそういう要因があるので、色んな機会でそういうことを伝えて行かなくてはいけないかと思います。本学は一応、そういう文系向けのそういう授業を作っていますので、またそのための教科書も。

柴山直教授：

私は数理科学をやっているかどうか、自分自身ちょっと良く分からないのですが、古い言葉でサイエンス・オブ・データアナリシスという言葉がございます。それならやっているなというふうに思います。サイエンスですから、確かに道具として数学は使います。考え方の方も、論理は使います。でも、数学そのものではないし、論理学ではない。むしろ、現実のデータに向き合ってどう考えて行くかという、そういう範疇に入るのかなと思います。それで教育学系で、統計学を教えていますと、大学1年生の時にいわゆる数学科の先生の、非常に高度な数学の裏付けのある中で、それを優しく教えてくださった抽象的な初等統計。何か良く分からないなと思いつつもそれをマスターしてきて、専門に上がった時に、例えば先ほど紹介したような、具体例で統計学の知識を使っていくのだよということをやると、かなり反応がいいんですね。ですので、その抽象化、具体化という前に、まず抽象的に押さえるべき概念を全部押さえて、その後でそれぞれの専門のところで応用というのをやっていくと、割合いいのかなということがひとつございます。それから先ほどの分析のソフトでRとか出てきましたが、私もRをすごく良く使うのですけれども、これをいきなり学生に使わせて、線形代数を学ばせてももうほとんど成功しませんでした。要するに、線形代数のことが良く分かっている、あるいは数値積分ですね。それも例えば数理計画とか、そういうことをやっぱり座学の方で勉強した上で、Rを使うと、もう本当に便利ということで逆に

よく身に付くという経験がございます。その意味でどちらかというともあまり最近流行りじゃないんですが、詰め込み教育が先にあってですね。その後で具体に入っていく方が、学生たちの分かりというか、食い付きというのが、その辺りはいいのかなというのが、これまでの経験からいえることです。

浪川幸彦教授（司会）：

私からも一言言わせて頂きます。先ほどの高橋さんの繰り返しになるんですが、専門でへビーに数学を使う場合には、専門の基礎教育として、学生の方も数学が必要と分かっていますから、ある程度我慢することは可能だと思います。ただ、その時に必要だと思うのは、専門では数学をこう使うんだよということを、数学の人間ではなく、むしろ専門の方たちが、いわば予告編みたいな形で、実際に数学を使って見せて下さる、そういう授業です。こうした導入授業を何らかの形で1年生の時にして頂くと、今ご質問にあったような趣旨が生かされるのではないかと思います。そういう意味で、数学の人間と専門の人間とのコラボレーションが私は非常に重要だと思います。協同学習の推進とか言いながら、大学の人間が協同しないのはおかしいことですし、まさにそれは必要だと思っております。そうした方向性をぜひ、専門家の皆様をお願いいたします。

もうひとつは、教養での数学アレルギー、あるいは数学はいらないと思っている人たちに対しては、教養的な授業の中で、「数学の良さ」といったものを広めていくこともまた必要だろうと思っております。長崎先生の方がよくご存知ですが、学校教育でもここ10年ぐらい「数学の良さ」を広めるのにずいぶん努力されておりました。実は私最近驚いたことがあります。最初の長崎先生のデータにあったように、数学は日本ですごく評判悪いわけです。でも、実は

ここ 10 年で、その悪いイメージが 5 ポイント改善しているんですね。イメージが 5%プラスに振れるというのは、これは全国調査ですので、それは大変な数字ですよ。文科省の方がいらっしゃるので、数学の先生たちが、いかに努力したということを、もっとぜひ宣伝していただきたいと思っております。ちょっと余談になりましたけれども、大学でもそうした努力が必要になってくるだろうと思っております。

はい、どうぞ。

フロア：

私は文系でございまして、今日は本当に目から鱗のような大変刺激的なお話をありがとうございました。底辺大学でカリキュラムを作っていた経験がございまして。数学統計を何とか学生に必修にというような、全学必修にというような話がございましたが、今高校で学ばせるには大学、大学で学ばせるには就職試験ということがございまして、数的処理や、SPI 対応のところとかこういうものがもう少し取り入れられると発展するのではないかと思った次第です。数理科学がその後の追跡としてはいい人材を、そこでふるいをかけることによって、喪失しているというようなことがあると。あとは教職課程の情報処理等ですね、教職の人が 4 単位必修になっていると思うので、そんなところからもう少し数理が大学に入ればいいかなと思っております。それで、現実的には私はかなり前から看護の学生、保健衛生に英語を教えているのですが、その時にいつも問題になるのがさっきの統計です。びっくりしたのですが、保健衛生、これは医学部が入っているかどうか分かりませんが、保健衛生が非常にこういった類の正答率が低いと。こんなに教育、文系より低いってというのは、かなり实际的に困っております。現実には小数点以下が分からない等が出てきて、これから看護師になるのに 0.01 と

0.001 の区別が分からないというような学生を何とかもうちょっとそれ以前に、高校レベルできちっと教育できるようなシステムができればいいなというようなことを望んでおります。これを何とかできないものかと思っておりますが、先生方のご意見はいかがでしょうか。



高橋哲也教授 (司会)：

まあ SPI とか、公務員試験等でも数的推理があつてですね。ですから、あれはただ試験で、あの試験はすごく結構短時間でたくさん解かなきゃいけなくて、その対策を一生懸命やっているんで、何かそういう重要性とかそういうことがあまり分からないかなと思っています。だから、ああいうことでも授業でやるんだったらもう少しゆっくりというか、しっかり教えて、そういうレベルでもいいので、しっかり意味を教えて行けばいいのかなと。SPI とか見えていても、実は数学の中身っていうのは、大学のレベルでは全然ないんですよ。ほとんど中学レベル、数学に関しては中学レベルです。ただ、それでもやっぱりちゃんとそういうところが、だから大学の共通教育として、本当に何をやるべきかというのは実は、結構難しい。数学の内容として、いわゆる高校までで習っている内容というのは、実はもう大学の入学生の多様性から見るとほとんど崩壊しているかなと思われるので、それをもう少し文脈をちゃんと大学生と

しての複雑な文脈の中でそれを使うとか、そういったことでやっていかななくてはいけないのかなというふうには思っています。ちょっとそういう部分も活用しながら高校までの内容をやればいいのかないというふうに感じています。

浪川幸彦教授 (司会) :

それではそろそろまとめの方に入りたいと思います。せっかく文科省の方がお見えですので、一言ご感想をお願いします。

河本達毅専門職 :

失礼いたします。文部科学省の河本でございます。本日はありがとうございます。私自身、社会学系の出身で事務官をやっていますので、あまり数学には詳しくないんですが、数理科学、数学っていうのは非常に面白いと思います。論文を書いたりする時も、統計学的知識が必要ですし。その方面の研究者の方々はずごく没頭されていて、大変研究熱心だと思いう一方、どうしてもそのカリキュラムであるとかそういったところ、例えば政策現場のところのプレゼンスがちょっと少ないのかなというような、研究が面白すぎてそちらにあまり行かないのなかと。そこで先ほど浪川先生がおっしゃられたような、数学、数理科学の先生方とそれ以外の専門教育の先生方による、チームティーチングなりが、カリキュラムの中でもっと実現してくると、一般的な数学、大学生に求めていきたい数学のスキルであるとか、そういったところがもうちょっと明らかになり、かつそれが変わって全国各地で広がっていて、我々のところに耳に届きだすと政策文書に書かざるを得ないとか、そういったことが今後、数理科学教育というものを発展させていくひとつの鍵なのかなというふうな、斜め上からの感想で申し訳ないですが、ぜひこういった取り組みが今後も発展していくことを期待しておりますし、また勉強させて

頂きたいと思っております。以上でございます。

浪川幸彦教授 (司会) :

どうもありがとうございました。

実を申しますと私自身も、今日の話題には当初から携わってきた人間のひとりなのですが、ようやくほぼ 20 年近い歩みを経て、こういう形で実を結びつつあるということに、私なりに感慨を覚えながらお話を伺っておりました。ただし、課題自体はむしろ大きくなりました。長崎先生から大学は解決したのかとご質問がありましたが、私自身は、これは全然解決しておらず、むしろ深刻化していると思っております。それは恐らく参加されている皆様のご感想でもありましょう。今日のこうした試みを参考にして、ぜひ前に進めて行って頂きたいと思っております。



高橋哲也教授 (司会) :

今、協同の形で数学の先生と、他の分野の先生が一緒になって授業を作るっていうようなことが、これはやっぱり必要なんではないかと思っております。なかなか時間もない中なんです、やはり学生のことを考えるとそういうことが必要かなと思いますし、今日聞いていてやっぱり経済とか社会学とかからぜひ、ある意味でネタを頂ければ、数学の教員としてはそういうものを頂いて、やはり指導もやっぱり市民

としての教養という部分を、ぜひ聞いているとやっぱりゲーム理論や、それこそアローの定理なんかは、みんながこんなことが分かるのかって結構面白いんじゃないかと思うんですよね、実は。何かそういうところももう少し、今日色々な学生が興味を持ってもらえればいいかなというふうに感じました。これをスタートにしていければと思いますので、ぜひ頑張っていきたいと思います。

浪川幸彦教授 (司会) :

最後に、講演者の皆様、参加者の皆様、本当にありがとうございました。それでは、討論を終わります。

閉会挨拶

東北大学 高度教養教育・学生支援機構
副機構長 羽田 貴史

司会のお2人の先生方、それから講演者の先生方、本当に深く御礼を申し上げます。主催者として、最後に一言、二言三言ぐらい申し上げたいと思います。一番大事なことをまず最初に申し上げます。アンケートにぜひ、よろしくご協力ください。実は今日お話を聞いて、自分で企画したプログラムでこれほど自分の理解を越えた言葉が飛び交うのは初めてでございます。しかし、理解しなくても面白いというのも初めての体験でございます。この種のことは大事だというふうに私が思いましたのは、一昨年でしたか、ある学会でもって、一般教育で消費者教育をやっている方の報告がありました。それは何かと言うと、日本は貯蓄率が高くて、女性が特に投資にお金を使わないと。いかに投資が有効であるかというのを消費者教育でされるって言うんですね。確かに、一時期日本の貯蓄率が過剰で、それが景気がうまく行かない理由になったという研究もございますけれども、人生の中で色々なリスクがある中で、家のローンもあれば子どもの教育もあるという中で、投資だけちょっと突出してお話するのはおかしいのではないかという質問をした時に、その方は頑として、いや、女性が投資をすることが、日本の景気回復に貢献すると、こういうお話があって、私はとても危ないと思いました。やっぱり数理科学は本当にバランスを持ってるいろんな場面でやるべきだっていうのを、この種のシンポジウムが必要だと思うことの一つでございます。それで、いくつかの大事な話があったと思うんですけれども、やっぱりひとつは市民的教養としての数理科学という点で話した時に、具体的な問題を数学でどう解くかを明確にした立て方が大事だと思います。かつて、19世紀のフランス革命の時に数学を学ぶと知性が発展するので、市民的教育の根幹に数学があるとあげた学者もおられました。コンドルセですね。個別ケースを見ますと、これには必ずしも賛成できないんですけれども、しかし今日は盛山先生、あるいは渡辺先生のお話のように、やはりビッグデータですね。個々のデータだけではなくて、むしろ、メガビッグデータと言うべきものでしょうか。それが我々の社会の持続的な成長、発展と、幸福な社会を実現する上での、根本的な課題になっていると思います。これは政治家も官僚も、それから学者も市民も、やっぱりデータについてきちんと向かい合って、それを活用しながら自分自身の設計としてのあり方を考える。この力を身に付けないと、やはり現代社会は生きていけないという状態に我々は直面しているという点が、市民的教養としての数理教育の根幹に座るべきではないかと思います。それなくしては、私たちは、今後世界全体についてリードしたり、あるいは自分自身の将来設計もできない。一般的な数理科学じゃなくて、やはりビッグデータとどう向き合うかという点が、ひとつ大きな柱になるかなというふうに感じました。二つ目は、専門分野での発展と、支える数理科学を人文系、社会科学系で、どう身に付けるかという点です。これは、高大接続の問題が基幹でございますけれども、私はシンポジウムが始まる前は、数学を高校



1年生で文理に分けないで、もっと上までというふうなレベルで考えていましたけれども、どうもちょっとこれはもう少し根が深くて、高校における数学教育っていうのがピュアな数学教育なのか、それとも個々の専門分野で具体的な現象を分析するものとしての数学という立て方をもっと明確にしないと、数学ができるから理系というふうに言っているのは、これは何となく違和感があって、お話を聞きますと、数学を使って、人文社会研究をするという志向のある学生が、高校で育って、経済学部なりに行くという形の方の枠組みを作るというのも、ひとつの大きな流れではないかと思います。つまり、高校での数学教育というのも、ピュアな数学教育ではなくて、専門分野と結びついた形の数学教育にもっと転換しないと、うまく流れができないというふうにも思いました。これは大きな話かもしれませんが、また数学の先生方とはかなり意向が違うかもしれませんが、実際の現象分析をするためのツールとしての数学ということであれば、社会科学を学ぶための数学という志向が、高校の中にあってもしかるべきだろうと言えます。そういうカリキュラムが必要ではないかというのが、二つ目の点でございます。三つ目は今日浪川先生からご指摘がありましたけれども、やはり大学の数理科学や専門教育を変えるには、大学の数学者と専門分野の学者、教員とのコラボで、大学における数学教育ではなくて、個々の専門分野の中の数学的な力を発展させるカリキュラムを、色々と開発する必要があると思います。数学をどう教えるかということだけに、数学科目と同じではなく、数学科目の中で数学を教えるのではなくて、大学教育の中で数理的な能力を使った力を付けるという点に、大きく転換していくような流れが必要ではないかというふうに感じました。最後に、私どもの高等教育の分野では、こういうふうに分野の中での具体的な能力を扱ったシンポ自体、極めてまれだと思います。率直に言いまして、高等教育の側では今、キーコンピテンシーの売り込みをしているんですね。私もコンピテンシーが非常に重要だと思いながら、実は中身がない。リテラシーがない。これだけでは良くないということは痛感しており、今回の企画をしたわけでございます。うっかりしていると、知識もないのにプレゼンだけ上手なという学生を育てることになりかねない。コンピテンシー論に加えて、リテラシー論をもっと深めるべきだというふうに痛感をいたしました。いずれにしましても、これは単体でもって終わるシンポジウムというふうに、私どもは考えておりません。ぜひ、今後も持続的に数理科学を、どうやって大学と高校の中でもって発展させていくかという点でも色んなプロジェクト、試みも企画しておりますので、壇上の先生方も、フロアの先生方も、色々と私どもに力を貸して頂いて、文部科学省の方も力を貸して頂いて、大変ありがたいと思っています。本日は本当に長時間ご参集ありがとうございました。厚く御礼を申し上げます。これでシンポジウムを終了いたします。

After Twenty Years

梶山女学園大学 教育学部
教授 浪川 幸彦

この度大変意味深い内容のシンポジウムの司会を務める栄誉を与えられたことにまず感謝したい。

同時に、会の最後にも述べたが、大学における数学教育の課題に当初から関わった者の一人として、大学教育における取り組みが20年余を経てようやくこの段階に至った現実を目の辺りにして深い感慨を覚えた。もちろんこのシンポジウムはまさにアクチュアルな話題を扱っているのであるが、この機会に少し老人の昔語りを加え、問題の深さを知って頂きたい。



日本数学会が「大学数学基礎教育ワーキンググループ」を設置し、大学生の「学力低下」の問題と正面から取り組み始めたのは1994年4月のことであった。翌年からは科学研究費を得て、活動をはじめた。今年はO. Henryの小説の題名そのままにその「二十年後」にあたる。この科研費計画の大きな特徴の一つは、基礎教育を担当する数学だけでなく、それを用いる専門分野、理学、工学、経済学、計算機科学、数学教育学の専門家と協力して改善の方向を見出そうとしたところにあった。会の討論の中で専門分野との協働を訴えたのはこの経験に由来する。

今回のシンポジウムプログラムをこの分野構成と比較すれば、シンポジウムが「新たな展開」と名付けられた意味が一層明確になろう。すなわち科研費計画で主に扱われたのは「理系基礎教育」であった。そこに所属する学生達は現在でもなお標準とされる基礎教育すなわち微分積分学と線型代数学を専門において重要な手法として使う。当時これらに属さない数学分野として最も重要であったのは「計算機数学」あるいはそれを含む「離散数学」である。これを大学基礎教育としてどう扱うかは今日なお未解決の課題である。それ以上にコンピュータの進歩が数学そのものの有り様自体を大きく変えつつあり、その帰趨はなお見えない。また関係者の間で、理系基礎教育の問題意識は広く共有されてきたとは言え、状況そのものはむしろ深刻化していること、宇野氏の講演にある通りである。

今日の話題にあって、当時の科研費計画になかったのは統計学である。当時問題意識になかったのではなく、扱いたかったが扱いようがなかったのである。これがようやく大学教育のレベルで論じられるようになった。しかし正直に告白すれば、統計学を含む確率論的手法を用いる数学が21世紀において中心的重要性を持つとの事実を、数学教育に関わる中で初めて認識した。

一方、今日の話題と共通のものは経済学である。当時扱ったのは計量経済学が中心である。そこでは数理モデルの手法が中心になる。この「モデリング」の考え方も現在数学教育で重要になっている。現実の学問においてはこの手法に、コンピュータの進歩により高度化した従来の統計的手法が加わって、「データ・サイエンス」の典型例となっている。共通に現れるのは然るべき理由あつてのことと言えよう。

しかし経済学は当時教育問題に全く別の所から寄与した。すなわちいわゆる「学力低下」問題が社会的に大きな教育問題となったきっかけは、西村和雄氏（京都大学経済研究所，当時）らによる『分数ができない大学生』（1999 年刊）の中で「一流大学経済学部」の学生達が簡単な分数計算で多く過ちを犯す事実の指摘であった。これが話題となり，当時の学習指導要領改訂での授業時間・授業内容の削減により生徒の学習負担を軽減するという方向性への強い批判を引き起こした。

これをきっかけに「学力」とは何か，またそれをいかに「測るか」が大きな教育問題となった。今日の柴山氏による「教育測定学」が注目された所以である。しかし結論的に言えば，この問題は実は先進国に共通の課題であり，その日本的表現であったに過ぎない。そこで重要となったのが PISA を初めとする様々の国際調査である。ここで想起したいのは，学校数学教育の中心課題として私自身が大きな衝撃を受けた事実，すなわちこれもまさに 20 年前の 1995 年第 3 回国際数学・理科教育動向調査(TIMSS)で生徒達の数学に対する評価が世界最低レベルであった事実である。これを改善することこそが学校教育での課題であり，実際に現行学習指導要領改定ではその方向性が真正面から打ち出された。これは今日の長崎氏の講演，あるいは小職の結びのコメントの中に現れている。すなわち数学の学びへの動機付けあるいは数学そのものの理解を深めることに十分配慮する必要である。これは今日扱われた全ての分野において重要であるとともに，いわゆる「大学教養教育」そのものの再構築の中でも重要になろう。

だが問題は，その「教養教育の『中味』を誰が具体的に考えていくのか？」である。国立大学の「大学院化」と「法人化」という二つの大波は，「教養学部」を消滅させ，「即戦力となる学生」を養成する「専門学校化」を推し進めた。こうした状況は，この問題を解決する力が果たして高等教育にあるのか不安を抱かせる。

この意味で日本学術会議が「分野別質保証」のために多大な努力を払い，その中で森田康夫氏を中心に「数理科学教育」分野の参照基準が纏められたことは成果として評価したい（小職自身も関わっているので自画自賛になってしまうが）。本シンポジウムもその延長線上にある。たとえ地味であってもこうした企画を繰り返すことが問題解決への唯一の道であると信じる。今日播かれた種がいつの日か大樹となって豊かな緑陰を作ることが心から願っている。

数理科学教育シンポジウムの司会を務めて

大阪府立大学 高等教育推進機構
副機構長 高橋 哲也

大学の数理科学教育としては、数学自体を研究するための数学科で行われる教育と理系の専門科目の中で必要となる数学の教育が組織的に行われてきており、今回のシンポジウムで取り上げた「文系基礎学・市民的教養としての数理科学」はこれまであまり焦点が当たらなかった分野である。なぜ取り上げられなかったかと言えば、高校1年の終わりには文系・理系の選択をしてしまい、その段階で文系を選択するとその後は数理科学は入試で必要な部分は勉強するがそれ以外は自分の人生と関係がないと思う学生が多いため、理系以外に組織的な教育を行うことが難しいと思われていたからである。文系の学生にとってできるだけ関わりたくないものとして数理科学は認識されてしまっているのである。



しかし、データに基づく意思決定がありとあらゆる分野で要求され、一定レベルの数学を使うことは市民が政策判断や意思決定をするためにも必要な能力となっている。今回は市民としての基本的スキルという部分だけでなく文系の専門として必要な数理科学という点について文系で数学を使う研究者がその教育・研究について紹介してもらおうという新しい試みであった。

シンポジウムの内容は多岐に渡り全体を一括に扱うことは難しいため、以下、それぞれの講演の内容についての感想を述べる。

長崎氏の「日本の数理科学教育の現状と課題」と題した講演は、日本の算数・数学教育が達成した高い学力と、それに比して学ぶ意義を感じていないなどの課題について豊富な資料から示し、数理科学教育の今後の指針を与えるものであった。現状把握と課題が網羅的に示されており、数理科学教育改革の出発点として考えれば良いという内容であったが、個人的には「数理科学教育と現実世界をつなげる」ことや「数理科学教育で育成できる力を明確に」することを喫緊の課題として取り組んでいかななくてはならないと感じた。

渡辺氏は「大学における統計科学・データサイエンス教育の課題と展望」と題して、オープンデータ・ビッグデータ時代での初中等教育からの統計教育の充実の必要性、データに基づく問題解決のための統計の必要性、大学での統計教育の在り方としてデータサイエンス教育への移行などについて講演された。統計教育については諸外国からかなり遅れてしまっていることを改めて感じ、大学では、学士課程全体でデータサイエンス教育としての統計教育が数理科学教育の重要な柱であると認識した。

柴山氏は「教育学教育の課題ーエビデンスを支える教育測定学からー」と題して、教育学の教育における課題として、初等統計の必要性、個人スコア・集団スコアの区別、数値化プロセス

の理解を具体例を通じて講演された。教育においてもデータを用いての説明・評価が必要とされており、教育学を学ぶ学生にとって、統計教育の重要性が良く分かる内容であった。また、教育学の研究のためにも数理科学教育が必要であることも確認できた。

盛山氏は「社会学における数理科学教育の現状と課題」と題して、社会学における数理科学教育は社会調査士の資格取得に必要な社会調査法教育と数理社会学教育という二つのコースに必要であること、特に、後者の内容について講演された。数理社会学の内容（ゲーム理論の基礎、社会的ジレンマ、秩序問題等）は数学的リテラシーの教育を大学で行うには格好の題材であり、学士課程において多くの学生が興味を持って学べる数理科学が現実問題と関わる内容だと感じた。

秋田氏は「経済学と数理科学教育の課題」と題して、経済学で必要な数理科学の内容とその直感的理解が必要なことについて講演され、内容としては経済学、あるいは数学が専門の聴衆以外には全く理解できない数式が溢れていた。経済学では数理科学の知識が必須となっており、専門書は数式に溢れているが、一方、学生の学力は不足している。このような状況だが、文系の学生にとって幾何学的・経済学的な直感に基づき理解することが必要だという話だと理解した。数学が現実社会ときちんと繋がることの重要性がここでも確認された。

宇野氏は「大学教育における数理科学教育の現状と課題」と題して、大学教育学会の課題研究としての研究内容について講演され、調査の結果、日本の大学では大学全体の教育目標として数学的リテラシーを身につけることはほとんど設定されておらず、設定されている場合にもその目標を達成するためのカリキュラムが整備されていない状況があると説明された。これだけデータに基づく意思決定が求められる時代に、そのために必要なツールを持たずに学士の学位が授与されていく状況は改められるべきであり、高大接続システム改革会議から出される審議の結果と大学入試、高校・大学の教育改革がこの状況の改善に繋がることを期待している。

上記のように多彩な内容の講演であったが、文系を含んだ教養教育としての数理科学教育、また、文系の専門につなげるための数理科学教育を数理科学の専門家がそれぞれの学問分野の教員と協同して考えるための出発点として重要なものであり、今後も様々な分野の教員と情報の共有と議論を進めていくべきであると感じた。

大学での数理科学教育の基礎としては、現実問題をどのように数理科学の言葉に翻訳し、実際に数学を使って問題を解き、それを現実の問題に当てはめるというフローが必要であるが、そのためのコンテンツはそれぞれの専門分野ごとに存在すると実感した。まず、コンテンツを丹念に集めていくことが必要だというのが今回のシンポジウムの個人的な結論である。

※本シンポジウムは、教育関係共同利用拠点「知識基盤社会を担う専門教育指導力育成拠点 ー大学教員のキャリア成長を支える日本版 SoTL の開発」(東北大学 高度教養教育・学生支援機構)事業の一環として開催された。

IEHE Report 65*

数理科学教育シンポジウム

「数理科学教育の新たな展開 ー文系基礎学・市民的教養としての数理科学ー」

ー報告書ー

2016 年 (平成 28 年) 3 月 発行

東北大学高度教養教育・学生支援機構

〒980-8576 仙台市青葉区川内 41 TEL 022-795-7551

<http://www.ihe.tohoku.ac.jp/>

*No.55 以前は CAHE TOHOKU Report として刊行